

**MODELO DE UN SISTEMA DE CONTROL RLC A TRAVÉS DE SIMULINK PARA
ENRIQUECER LAS PRÁCTICAS DEL DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA DE LA
INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA PASCUAL BRAVO**

**CRISTIAN FELIPE ESCOBAR BETANCUR
ALEJANDRO LOPEZ RAMIREZ
JONATHAN DARIO MONTOYA ZEA**

**INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA PASCUAL BRAVO
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA
MEDELLÍN
2025**

**MODELO DE UN SISTEMA DE CONTROL RLC A TRAVÉS DE SIMULINK PARA
ENRIQUECER LAS PRÁCTICAS DEL DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA DE LA
INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA PASCUAL BRAVO**

**CRISTIAN FELIPE ESCOBAR BETANCUR
ALEJANDRO LOPEZ RAMIREZ
JONATHAN DARIO MONTOYA ZEA**

Trabajo de grado para optar al título de ingeniero en Eléctrica

Asesores

Karen Lemmel Vélez

Magister en Automatización y Control Industrial

Paola Maritza Ortíz Grisales

Magíster en Energía

**INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA PASCUAL BRAVO
FACULTAD DE INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA
MEDELLÍN
2025**

Contenido

1.	Planteamiento del problema	3
1.1	Descripción	3
1.2	Formulación	4
2.	Justificación	5
2.1	Simulación como Herramienta de Diseño y Análisis	6
2.2	Comprensión de fenómenos complejos.	6
2.3	Aplicación en el diseño de sistemas de control	7
2.4	Optimización del diseño y reducción de costos.....	8
3.	Objetivos.....	9
3.1	Objetivo general.....	9
3.2	Objetivos específicos	9
4.	Referentes teóricos	10
4.1	Circuitos eléctricos.....	10
4.1.1	Corriente eléctrica.....	10
4.1.2	Voltaje	13
4.1.3	Ley de Kirchhoff de corrientes y conservación de la carga.	14
4.1.4	Voltaje y Ley de Kirchhoff de Voltajes.....	16
4.2	Ley de ohm	19
4.3	Capacitancia e inductancia.....	21
4.3.1.	Capacitancia.....	22
4.3.2.	Carga almacenada en función del voltaje.	23
4.3.3.	Corriente en función del voltaje.	24
4.3.4.	Inductancia.....	24
4.3.5.	Analogía del flujo de fluidos	26

4.3.6. Corriente en función del voltaje.	27
4.4 Software de modelado de sistemas dinámicos.....	27
4.5 Sistemas dinámicos.....	32
4.6 Representación de la función de transferencia.....	33
4.7 Modelado de sistemas eléctricos.....	34
4.7.1. Circuito RLC	34
4.7.2. Modelado en el espacio de estado	36
4.7.3. Variables de estado.....	37
4.7.4. Vector de estado.	37
4.7.5. Ecuaciones en el espacio de estados.....	38
4.8 Sistemas de adquisición de señales.....	40
4.8.1. Transductores y sensores	41
4.8.2. Transductores y sensores	41
4.8.3. Hardware y software para la adquisición de datos.	42
4.8.4. Conversor A/D.....	42
4.9 Identificación de sistemas	44
4.9.1. Proceso de identificación.....	45
4.9.2. Identificación no paramétrica.	46
4.9.3. Identificación no paramétrica en el dominio del tiempo	48
4.9.4. Identificación no paramétrica en el dominio de la frecuencia.....	50
4.9.5. Identificación paramétrica.	51
4.10 Medición de fenómenos físicos.....	53
4.10.1. Impedancia.....	54
4.10.2. Potencia compleja.....	56
5. Metodología.....	58
5.1 Tipo de proyecto	58
5.2 Método	59
5.3 Instrumentos de recolección de información.	61
6. Resultados.....	62

6.1	Modelo de lectura de señal	75
6.2	. Construcción del prototipo.....	82
6.3	Verificación del modelo.....	90
6.4	Métricas de error	96
7.	Conclusiones.....	102
8.	Recomendaciones	104
9.	Referencias bibliográficas	105

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1. Diagrama circuito eléctrico RLC.	10
Figura 2. Flujo de corriente en un conductor.....	11
Figura 3. Polaridad en un circuito.	14
Figura 4. Transferencia de energía a través de una carga.....	14
Figura 5. Definición de corriente en un área, conductor y nodo	15
Figura 6. Carga en un condensador	16
Figura 7. Comportamiento del voltaje en un conductor.	17
Figura 8. Comportamiento del voltaje en diferentes elementos de un circuito.	18
Figura 9. Ley de voltajes de Kirchhoff.....	19
Figura 10. Resistividad en un conductor	20
Figura 11. Concepto de capacitancia.....	22
Figura 12. Flujo de corriente a través de un capacitor.....	23
Figura 13. Ejemplos de inductores.	25
Figura 14. Símbolo de inductancia.	25
Figura 15. Comportamiento de tensión a una entrada en diferentes elementos.	32
Figura 16. Representación de un circuito RLC	35
Figura 17. Diagrama de bloques del sistema de control lineal en tiempo continuo.....	40
Figura 18. Partes de un sistema de adquisición de datos.....	41
Figura 19. Representación de señales binarias.	42
Figura 20. Onda sinusoidal adquirida con un conversor A/D de 3 bits y otro de 16 bits.....	44
Figura 21. Diagrama del proceso de identificación de modelos.....	46
Figura 22. Señales para el modelado no paramétrico.....	47
Figura 23. Diagramas de bloques.	53
Figura 24. Respuesta a un escalón unitario de los componentes del proyecto.....	71
Figura 25. Modelo de lectura de variables del circuito RLC en simulink.....	75
Figura 26. Programación del bloque Analog Input.	76
Figura 27. Programación del bloque Gain.....	77
Figura 28. Programación del bloque Gain.....	77

Figura 29. Programación del bloque Discrete transfer Fcn.	78
Figura 30. Programación del bloque To Workspace(eo).....	79
Figura 31. Diagrama de conexión del prototipo.	83
Figura 32. Maletin prototipo.....	84
Figura 33.. Integración del sistema.....	88
Figura 34. Diseño final del prototipo.	89
Figura 35. Gráfica del bloque Scope entre señal medida y función discretizada.	92
Figura 36. Código de MATLAB para la comparación del modelo experimental con el teórico.	93
Figura 37. Grafica de respuesta a un escalón con el modelo experimental.....	95

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1. Diferentes estructuras de modelos paramétricos.....	53
Tabla 2. Cálculo de impedancias.....	54
Tabla 3. Valores óptimos para componentes del proyecto.....	66
Tabla 4. Materiales utilizados en la construcción del maletín interactivo RLC.....	85
Tabla 5. Errores entre señal medida y modelo simulado del sistema RLC.....	99
Tabla 6. Métricas de error entre el modelo simulado y los datos experimentales.....	100

Resumen

MODELO DE UN SISTEMA DE CONTROL RLC A TRAVÉS DE SIMULINK PARA ENRIQUECER LAS PRÁCTICAS DEL DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA DE LA INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA PASCUAL BRAVO

CRISTIAN FELIPE ESCOBAR BETANCUR

ALEJANDRO LOPEZ RAMIREZ

JONATHAN DARIO MONTOYA ZEA

El presente proyecto tuvo como finalidad diseñar, construir y validar un módulo interactivo basado en un circuito RLC para el fortalecimiento de las prácticas del Departamento de Eléctrica de la Institución Universitaria Pascual Bravo. El método consistió en modelar el comportamiento del circuito en Simulink, construir un prototipo físico tipo maletín con componentes ajustables y una pantalla integrada, además, se verificó el modelo mediante simulaciones y pruebas experimentales. Los resultados muestran una alta concordancia entre la respuesta simulada y la respuesta real medida, con diferencias menores atribuibles a tolerancias de los componentes físicos. Se concluye que el prototipo cumple satisfactoriamente con los objetivos de funcionalidad, portabilidad y aplicabilidad educativa, representando una herramienta didáctica eficaz que permite a los estudiantes interactuar con un sistema físico real, comprender fenómenos dinámicos como la respuesta transitoria y el amortiguamiento, y conectar teoría con práctica de manera tangible y significativa.

Palabras claves: Circuito RLC, simulación, Simulink, Arduino, sistema de control, respuesta transitoria, herramienta educativa

Abstract

MODEL OF AN RLC CONTROL SYSTEM THROUGH SIMULINK FOR
TO ENRICH THE PRACTICES OF THE ELECTRICAL DEPARTMENT OF THE
INSTITUCIÓN UNIVERSITARIA PASCUAL BRAVO.

CRISTIAN FELIPE ESCOBAR BETANCUR

ALEJANDRO LOPEZ RAMIREZ

JONATHAN DARIO MONTOYA ZEA

This project aimed to design, build, and validate an interactive module based on an RLC circuit to support the practical training activities of the Electrical Department at the Institución Universitaria Pascual Bravo. The methodology involved modeling the circuit behavior in Simulink, constructing a portable suitcase-style physical prototype with adjustable components and an integrated display, and validating the model through simulations and experimental measurements. The results show a strong correlation between the simulated and actual system responses, with minor differences attributed to physical component tolerances. It is concluded that the prototype successfully meets the objectives of functionality, portability, and educational applicability, serving as an effective didactic tool that allows students to interact with a real physical system, understand dynamic phenomena such as transient response and damping, and meaningfully connect theory with practice.

Keywords: RLC circuit, simulation, Simulink, Arduino, control system, transient response, educational tool.

Glosario

Amortiguamiento: Relación que determina qué tan rápido se disipan las oscilaciones en un sistema RLC. Es clave para evaluar la estabilidad.

Capacitor: Componente que almacena energía en forma de campo eléctrico. Afecta la frecuencia y el comportamiento transitorio del sistema.

Corriente: Flujo de carga eléctrica en un conductor. Es una de las variables principales medidas en el circuito RLC.

Ecuación diferencial: Relación matemática que describe cómo cambian las variables eléctricas en el tiempo. Se usa para modelar dinámicamente el sistema.

Frecuencia natural: Frecuencia con la que oscila un sistema sin amortiguamiento. En circuitos RLC está determinada por los valores de la inductancia y la capacitancia.

Función de transferencia: Representación de un sistema en el dominio de la frecuencia mediante la transformada de Laplace, convirtiendo ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas más fáciles de analizar.

Inductor: Elemento que almacena energía en forma de campo magnético. Introduce retardo y participa en las oscilaciones del circuito.

MATLAB: Software especializado en análisis numérico y simulación. Se utilizó para construir y validar el modelo del circuito RLC.

Modelo: Representación matemática o simulada de un sistema físico. En el proyecto se desarrolló un modelo tanto virtual como experimental.

Overshoot: Valor máximo que alcanza una respuesta antes de estabilizarse. Sirve como indicador del comportamiento transitorio del sistema.

Paralelo: Configuración del circuito en la que los componentes están conectados al mismo nodo. Produce una dinámica distinta al caso en serie.

Resistencia: Componente que disipa energía eléctrica. Afecta directamente el nivel de amortiguamiento en el sistema.

Respuesta al escalón: Forma de evaluar el comportamiento del sistema ante una entrada repentina. Se usa para comparar simulación y experimento.

Respuesta en frecuencia: En sistemas LTI (Lineales e Invariantes en el Tiempo), si la entrada es sinusoidal, la salida también será sinusoidal con la misma frecuencia, aunque con una magnitud y fase distintas. Estas variaciones dependen de la frecuencia y representan la respuesta en frecuencia del sistema.

Respuesta transitoria: Se refiere al comportamiento temporal del sistema antes de alcanzar un estado estable tras una perturbación o cambio en la entrada. En el documento, se menciona el "overshoot" como un indicador del comportamiento transitorio.

Serie: Disposición del circuito donde los componentes están conectados uno tras otro. Es el modelo base para estudiar sistemas RLC.

Simscape: Librería de Simulink para modelar sistemas físicos. Fue usada para construir gráficamente el circuito en el entorno de simulación.

Simulink: Entorno de MATLAB que permite modelar sistemas dinámicos con diagramas de bloques. Herramienta clave en la simulación del proyecto.

Sistema de control: Conjunto de elementos que regulan una señal o variable. En este caso, se analiza el comportamiento de un sistema RLC ante una entrada definida.

Sistema embebido: Dispositivo electrónico que ejecuta tareas específicas, como la adquisición de datos con Arduino. Este sistema embebido fue el seleccionado para el proceso.

Tiempo pico: Instante en el cual la salida alcanza su valor máximo. Permite evaluar la rapidez del sistema.

Voltaje: Diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos. Es la señal de entrada y una variable de medición clave en el análisis.

Introducción

El proyecto se centra en el diseño, análisis y validación práctica de una plataforma educativa basada en circuitos RLC mediante el uso de herramientas de simulación y la implementación de un prototipo experimental. El objetivo es fortalecer el aprendizaje teórico y práctico de los estudiantes de ingeniería eléctrica en la institución universitaria Pascual Bravo, a través de la construcción de un maletín interactivo que permite realizar experimentos y simulaciones en tiempo real con circuitos RLC .

La necesidad de este proyecto surge del hecho de que, a pesar de la importancia de los circuitos RLC en múltiples áreas tecnológicas como telecomunicaciones, sistemas de control y procesamiento de señales, muchos estudiantes y profesionales enfrentan dificultades para aplicar de manera efectiva los conceptos teóricos a situaciones prácticas. El reto radica en la conexión entre teoría y práctica, ya que las herramientas educativas tradicionales a menudo no permiten una comprensión tangible de cómo las variaciones en los componentes de circuitos resistivos, inductivos y capacitivos afectan su comportamiento. De ahí la importancia de utilizar simuladores y enfoques prácticos integrados para mejorar esta comprensión.

El trabajo está estructurado para ofrecer una solución práctica y educativa mediante el uso combinado de simulaciones con MATLAB/Simulink y un prototipo físico. A través de la construcción del maletín interactivo, donde los estudiantes podrán modificar los parámetros del circuito en tiempo real, observar las respuestas dinámicas y validar los resultados teóricos obtenidos con las simulaciones. Este enfoque permitirá a los estudiantes experimentar con circuitos RLC sin la necesidad de construir prototipos costosos, además permite observar cómo los cambios en los componentes afectan directamente el comportamiento del sistema.

El enfoque metodológico incluye tres fases: en primer lugar, se emplea Simulink para modelar y simular el comportamiento de los circuitos RLC, analizando sus respuestas ante distintas configuraciones de componentes. En segundo lugar, se construye un maletín experimental que replica estos modelos, permitiendo a los estudiantes realizar pruebas físicas que validen las simulaciones desde un enfoque práctico. Finalmente, se desarrolla una fase de verificación, en la cual se compara el desempeño del prototipo experimental con los resultados del modelo simulado, evaluando la precisión de la representación digital y la efectividad de la herramienta educativa implementada.

Una de las principales limitaciones de este trabajo es que las simulaciones no pueden replicar completamente todas las condiciones de un entorno físico real, como la variabilidad de los componentes y las posibles interferencias externas. Aunque el maletín experimental permite la validación práctica, los resultados obtenidos estarán sujetos a las limitaciones de precisión de los instrumentos de medición y a las condiciones de operación del prototipo. Además, la implementación se limita a los circuitos RLC básicos.

Este proyecto busca facilitar la comprensión de los circuitos RLC a través de una metodología interactiva que combine simulaciones y experimentación práctica, proporcionando una herramienta educativa efectiva para estudiantes de ingeniería eléctrica.

1. Planteamiento del problema

1.1 Descripción

En la actualidad, el diseño y análisis de circuitos eléctricos es crucial en diversas aplicaciones tecnológicas, que van desde sistemas de telecomunicaciones y energía hasta dispositivos electrónicos y automatización industrial. A pesar de su relevancia en la ingeniería moderna, muchos profesionales enfrentan dificultades al intentar conectar la teoría con la práctica en el estudio de los circuitos RLC (resistivos, inductivos y capacitivos). Estos circuitos, fundamentales para el funcionamiento de numerosos dispositivos electrónicos y sistemas de control, requieren una comprensión profunda tanto de los principios matemáticos como de las interacciones físicas entre sus componentes.

En la práctica, los ingenieros eléctricos deben ser capaces de diseñar y ajustar circuitos RLC para una variedad de aplicaciones, como la filtración de señales en telecomunicaciones y el control de sistemas en el sector energético. Sin embargo, muchos enfrentan dificultades para visualizar de manera práctica, cómo los cambios en los componentes afectan el comportamiento del circuito.

Aunque las simulaciones con software como MATLAB o Simulink permiten modelar circuitos RLC y estudiar su respuesta teórica, las herramientas educativas tradicionales no integran eficazmente el aspecto práctico, lo que limita la capacidad de visualizar estos efectos de forma tangible. Por ejemplo, en los laboratorios tradicionales, es posible ajustar componentes físicos, pero en muchos casos, las herramientas disponibles no permiten observar de inmediato cómo esos cambios impactan la dinámica del circuito ni facilitan su correlación directa con las simulaciones previas. Sin embargo, en laboratorios modernos con equipos avanzados, como osciloscopios, analizadores de espectro, puente RLC, generadores de señales es posible observar en tiempo real estos efectos y correlacionarlos con los resultados de las simulaciones.

1.2 Formulación

¿Cómo desarrollar un módulo educativo interactivo que permita modelar, simular y validar circuitos RLC, integrando sistemas de control y adquisición de señales, para analizar su comportamiento técnico bajo diferentes configuraciones?

2. Justificación

En el presente proyecto, se diseñará y desarrollará un módulo de pruebas experimental para analizar el comportamiento de los voltajes y corrientes en los circuitos RLC, tanto desde un enfoque teórico como práctico. El análisis se centrará en la respuesta natural de los circuitos, recopilando datos reales a través de experimentos y comparándolos con los datos obtenidos mediante simulaciones en MATLAB y Simulink. De esta manera, se integrarán tanto simulaciones como experiencias prácticas, promoviendo un enfoque de aprendizaje experiencial en la educación en ingeniería.

El aprendizaje experiencial permite que los estudiantes se enfrenten a situaciones prácticas reales, interactuando con los sistemas y observando los resultados de sus acciones. En este contexto, el módulo de pruebas ofrecerá una plataforma en la que los estudiantes medirán parámetros eléctricos de circuitos RLC en un entorno experimental. A través de las simulaciones, se podrá realizar un análisis comparativo entre los resultados teóricos y experimentales, lo que facilitará la validación de los modelos y el análisis de su comportamiento.

Las clases prácticas en ingeniería ofrecen varios beneficios clave para el desarrollo profesional de los estudiantes. Permiten la aplicación directa de la teoría, lo que brinda la oportunidad de validar los conceptos aprendidos mediante la experimentación. Además, adquieren habilidades técnicas esenciales como la medición, el uso de equipos de laboratorio y el análisis de datos experimentales. La confrontación de los resultados experimentales con las simulaciones favorece el análisis crítico y la resolución de problemas, ya que los estudiantes deben identificar y comprender las discrepancias entre los modelos ideales y las condiciones experimentales.

Este enfoque se desarrolla dentro de un ambiente de aprendizaje activo, donde los estudiantes se enfrentan a desafíos técnicos y desarrollan habilidades en la resolución de problemas, el análisis de datos y la toma de decisiones fundamentadas. Además, el trabajo en equipo en las

actividades prácticas fomenta la colaboración, la comunicación y la capacidad de coordinar esfuerzos para alcanzar objetivos comunes, habilidades fundamentales en la ingeniería.

2.1 Simulación como Herramienta de Diseño y Análisis

Las herramientas de simulación, como MATLAB y Simulink, permiten a los ingenieros modelar y analizar circuitos RLC sin necesidad de prototipos físicos. Esto es particularmente útil cuando se trabaja con circuitos complejos, ya que la variabilidad de los componentes (resistores, inductores y capacitores) puede influir significativamente en el comportamiento global. Aunque el análisis teórico es esencial, un enfoque práctico es indispensable para observar la respuesta dinámica de los sistemas.

En el libro *Microelectronic Circuits*, Sedra y Smith se resalta cómo las herramientas de simulación permiten a los ingenieros modelar circuitos RLC para visualizar su comportamiento bajo condiciones ideales y no ideales. Esto facilita la comprensión de fenómenos como la resonancia, los efectos de los transitorios y las respuestas en frecuencia. Estas simulaciones ahorran tiempo, y reducen la necesidad de realizar costosos experimentos físicos para verificar los diseños. (Adel S. Sedra, 2019)

2.2 Comprensión de fenómenos complejos.

Los circuitos RLC son fundamentales en el análisis de frecuencias y señales de comunicación, ya que son sistemas lineales que responden a ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden. Estas características los hacen especialmente útiles para aplicaciones como filtros de señales, circuitos resonantes y sistemas de control. Las herramientas de simulación permiten a los ingenieros analizar estos circuitos de manera precisa, ajustando parámetros como la resistencia, la

inductancia y la capacitancia para observar cómo influyen en la respuesta del sistema, incluyendo fenómenos como la resonancia o las respuestas transitorias.

El uso de plataformas de simulación, como Simulink, facilita la visualización y el análisis de los comportamientos dinámicos de los circuitos RLC en tiempo real. Esto no solo mejora la comprensión de conceptos clave en diseño de sistemas eléctricos y electrónicos, sino que también permite realizar ajustes inmediatos y obtener retroalimentación rápida sobre los efectos de los cambios en los componentes. Estas capacidades hacen que las herramientas de simulación sean esenciales para el diseño y la validación de sistemas en entornos tanto académicos como profesionales. Este enfoque práctico y dinámico es esencial para entender circuitos complejos. (Richard C.Dorf, 2016)

2.3 Aplicación en el diseño de sistemas de control

Una de las aplicaciones más comunes de los circuitos RLC se da en el diseño de filtros de frecuencia y sistemas de control de señales, esenciales en sectores como telecomunicaciones, procesamiento de señales y automatización industrial. Las simulaciones optimizan estos circuitos antes de las pruebas físicas, reduciendo considerablemente los costos y el tiempo de desarrollo.

Los filtros RLC pueden ajustarse de manera más eficiente mediante simulaciones previas, lo que permite modificar la respuesta de frecuencia del circuito y asegurar que cumpla con los requisitos sin recurrir a pruebas físicas costosas. Esta capacidad de "probar" diseños virtualmente es valiosa en aplicaciones profesionales donde la precisión y la eficiencia son fundamentales. (Adel S. Sedra, 2019)

Los circuitos RLC son fundamentales en la sintonización de sistemas y el diseño de filtros pasivos, y que el uso de simuladores permite realizar ajustes rápidos en los parámetros para encontrar la configuración óptima. Este proceso es esencial, por ejemplo, en el diseño de filtros de paso bajo y paso alto que son usados ampliamente en telecomunicaciones y redes eléctricas.

La simulación de estos filtros en un entorno virtual permite a los ingenieros encontrar rápidamente la mejor configuración para un rendimiento específico sin necesidad de realizar prototipos físicos. (Richard C.Dorf, 2016)

2.4 Optimización del diseño y reducción de costos.

El uso de simuladores no solo facilita el diseño de circuitos RLC, sino que también ofrece beneficios económicos significativos. Realizar simulaciones antes de construir prototipos físicos reduce los costos asociados con la fabricación de componentes y los errores de diseño. Además, las simulaciones permiten predecir cómo se comportará un circuito bajo diversas condiciones, ayudando a los ingenieros a identificar posibles fallos antes de que ocurran en la práctica.

3. Objetivos

3.1 Objetivo general

Implementar un modelo de un sistema de control de un circuito RLC, simulado con el programa simulink, mediante la construcción de un maletín experimental para el fortalecimiento de las prácticas del departamento de eléctrica de la institución universitaria Pascual Bravo.

3.2 Objetivos específicos

Diseñar un módulo interactivo que permita modelar, simular y analizar circuitos RLC, integrando herramientas de simulación y sistemas de adquisición de señales para estudiar su comportamiento técnico

Construir el módulo interactivo utilizando componentes ajustables, asegurando su funcionalidad técnica y su capacidad para visualizar y manipular parámetros en tiempo real.

Verificar el modelo de sistema de control RLC mediante simulaciones en Simulink, analizando su precisión y comportamiento frente a resultados esperados en pruebas experimentales con variaciones en los parámetros del circuito.

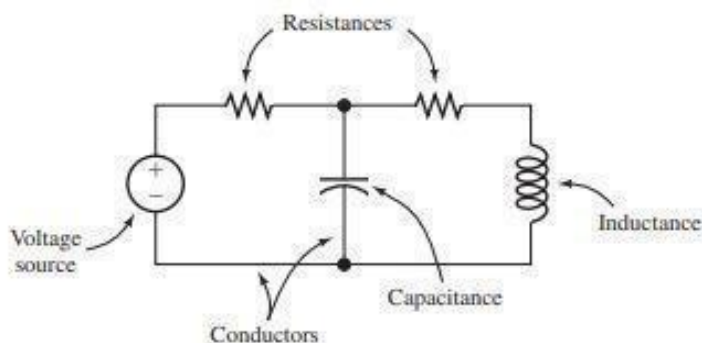
4. Referentes teóricos

4.1 Circuitos eléctricos

Un circuito eléctrico está compuesto por diferentes tipos de elementos conectados en rutas cerradas mediante conductores. Un ejemplo se muestra en la Figura 1. Entre los elementos del circuito se encuentran resistencias, inductancias, capacitancias y fuentes de voltaje, entre otros. La figura ilustra los símbolos de algunos de estos componentes. (Hambley, 2018)

La carga fluye con facilidad a través de los conductores, representados por líneas que unen los elementos del circuito. Estos conductores son equivalentes a los cables de conexión en circuitos físicos. Las fuentes de voltaje generan fuerzas que impulsan la carga a través de los conductores y otros elementos del circuito. Como resultado, se produce una transferencia de energía entre los elementos, lo que permite una función útil. (Hambley, 2018)

Figura 1.
Diagrama circuito eléctrico RLC.



Nota. Fuente. (Hambley, 2018)

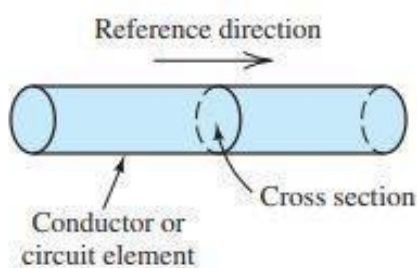
4.1.1 Corriente eléctrica

La corriente es la tasa de flujo de carga eléctrica a través de un conductor o elemento de circuito en un período de tiempo determinado. Se mide en amperios (A), unidad que equivale a un coulomb por segundo (C/s). En términos de carga elemental, un electrón posee una carga

aproximada de -1.602×10^{-19} coulomb. (Hambley, 2018), lo que permite cuantificar el flujo de partículas cargadas en un sistema eléctrico.

Conceptualmente, para determinar la corriente en un elemento de circuito específico, se elige una sección transversal del elemento con una orientación cercana a la perpendicularidad respecto al flujo de corriente. Luego, se escoge una dirección de referencia que siga el sentido del flujo. De este modo, la dirección de referencia va desde un lado de la sección transversal hacia el otro, tal como se ilustra en la Figura 2.

Figura 2.
Flujo de corriente en un conductor



Nota. Fuente. (Hambley, 2018)

Luego se lleva un registro del flujo neto de carga a través de la sección transversal. La carga positiva que cruza en la dirección de referencia se considera una contribución positiva al flujo neto de carga. En contraste, la carga positiva que cruza en dirección opuesta a la referencia se cuenta como una contribución negativa. Además, la carga negativa que atraviesa en la dirección de referencia se considera una contribución negativa, mientras que la carga negativa que fluye en sentido contrario a la referencia se cuenta como una contribución positiva. Este enfoque permite un análisis claro y sistemático del flujo de corriente en circuitos eléctricos (Hambley, 2018)

De este modo, conceptualmente, se obtiene un registro de la carga neta en coulomb en función del tiempo en segundos, denotada como $q(t)$. La corriente eléctrica que fluye a través del elemento en la dirección de referencia se expresa mediante la ecuación 1:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

Ecuación 1. Corriente eléctrica en función de la derivada de la carga respecto al tiempo.

Una corriente constante de un amperio implica que un coulomb de carga atraviesa la sección transversal cada segundo.

Un circuito eléctrico está compuesto por diversos tipos de elementos conectados en rutas cerradas mediante conductores. La carga fluye fácilmente a través de estos conductores. La corriente es la tasa de flujo de carga eléctrica, medida en amperios (A), que equivalen a coulomb por segundo (C/s) (Hambley, 2018)

Para calcular la carga a partir de la corriente, es necesario integrar. Así, tenemos la ecuación 2:

$$q(t) = \int_{t_0}^t i(t) dt + q(t_0)$$

Ecuación 2. Ecuación integral de la carga eléctrica

donde t_0 es un tiempo inicial en el que se conoce la carga.

El flujo de corriente es el mismo en todas las secciones transversales de un elemento del circuito. Esto significa que la corriente que entra por un extremo fluye a través del elemento y sale por el otro extremo. (Hambley, 2018)

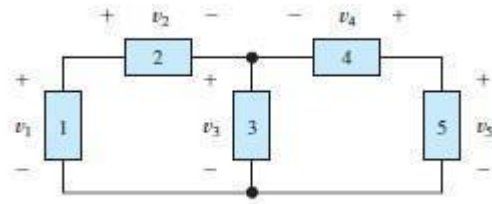
4.1.2 Voltaje

Cuando la carga se mueve a través de los elementos del circuito, puede producirse una transferencia de energía. El voltaje asociado a un elemento de circuito representa la energía transferida por unidad de carga que fluye a través de dicho elemento. Las unidades de voltaje son los voltios (V), equivalentes a joules por coulomb (J/C). (Hambley, 2018)

Por ejemplo, el voltaje de una batería de almacenamiento en un automóvil en sus terminales es de 12 V nominales. Esto significa que se transfieren 12 J de energía hacia o desde la batería por cada coulomb que fluye a través de ella. Cuando la carga fluye en una dirección, la batería suministra energía, que puede manifestarse en otras partes del circuito como calor, luz o incluso como energía mecánica en el motor de arranque. Si la carga se mueve a través de la batería en la dirección opuesta, se absorbe energía, que se almacena como energía química. (Hambley, 2018)

A los voltajes se les asigna una referencia de polaridad que permite identificar la dirección en que se transfiere la energía en el sistema. Si la carga positiva se mueve desde la polaridad positiva a través del elemento hacia la polaridad negativa, el elemento absorbe energía, que puede aparecer como calor, energía mecánica, energía química almacenada o en alguna otra forma. Por el contrario, si la carga positiva se desplaza desde la polaridad negativa hacia la polaridad positiva, el elemento suministra energía. Esto se ilustra en la Figura 3. Para la carga negativa, la dirección de la transferencia de energía se invierte. (Hambley, 2018)

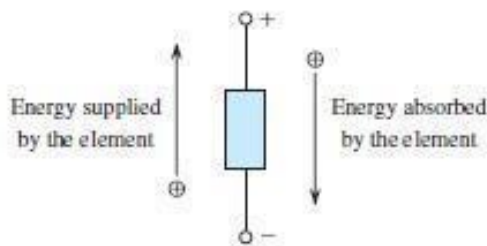
Figura 3.
Polaridad en un circuito.



Nota. Fuente. (Hambley, 2018)

Cuando la carga se desplaza a través de los elementos de un circuito, se puede transferir energía. En el caso de los faros de un automóvil, la energía química almacenada por la batería se suministra a los faros, donde se transforma en calor y luz. El voltaje de un elemento del circuito representa la energía transferida por cada unidad de carga que pasa a través de él (ver figura 4). Las unidades de voltaje son los voltios (V), equivalentes a joules por coulomb (J/C). (Hambley, 2018)

Figura 4.
Transferencia de energía a través de una carga.



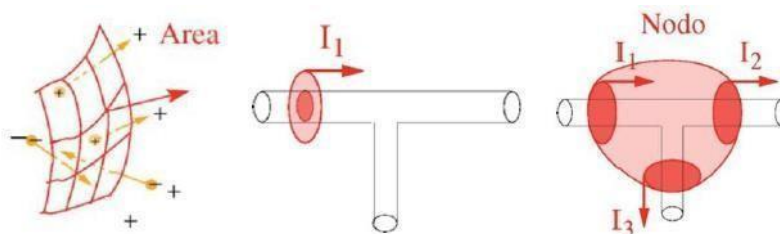
Nota. Fuente. (Hambley, 2018)

4.1.3 Ley de Kirchhoff de corrientes y conservación de la carga.

La ley de Kirchhoff de corrientes afirma que la suma de las corrientes que ingresan a un nodo es igual a la suma de las corrientes que salen de él. Dado que un nodo se considera como una superficie cerrada (ver Figura 5), esto implica que la suma de las corrientes que emergen de esa

superficie cerrada es cero. Sin embargo, esto no siempre es cierto de manera general. (Marulanda, 2017)

Figura 5.
Definición de corriente en un área, conductor y nodo



Nota. Fuente. (Marulanda, 2017)

En el campo de la física de electromagnetismo, la ley de conservación de la carga se expresa de la siguiente manera:

$$\nabla \cdot j = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Ecuación 3. Ley de conservación de la carga

Para ejemplificar: A través de la puerta abierta de un salón entran 3 niños por segundo, mientras que por la ventana salen 2 niños por segundo. Si inicialmente había 10 niños en el salón, después de un segundo habrá 12, luego 14 después de 2 segundos, 16 después de 3 segundos, y así sucesivamente. Se puede observar que la tasa de cambio (ver ecuación 4), en la cantidad de niños dentro del salón (2 niños por segundo) es igual a la diferencia entre la cantidad de niños que entran por segundo y la que sale. (Marulanda, 2017)

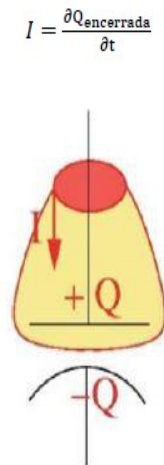
$$\sum I_{entran} - \sum I_{salen} = \frac{\partial Q_{encerrada}}{\partial t}$$

Ecuación 4. Tasa de cambio de la carga encerrada en el volumen con respecto al tiempo.

De acuerdo con la ley de conservación de la carga, la suma de las corrientes que entran a un nodo es igual a la suma de las corrientes que salen, siempre que no haya acumulación de carga en su interior. Si existe acumulación de carga, como ocurre en dispositivos de almacenamiento como los capacitores, las corrientes entrantes y salientes pueden ser diferentes en un instante dado.

Otro ejemplo es el caso de un condensador que está siendo cargado por una corriente (Figura 6). La ecuación de conservación de la carga indica que la corriente que entra al nodo es igual a la velocidad con que aumenta la carga acumulada en su interior. (Marulanda, 2017)

Figura 6.
Carga en un condensador



Nota. Fuente. (Marulanda, 2017)

4.1.4 Voltaje y Ley de Kirchhoff de Voltajes.

Para que se genere corriente en un conductor, es necesario que exista un campo eléctrico que ejerza una fuerza sobre los electrones libres, provocando su movimiento. Sin embargo, únicamente la componente del campo eléctrico que se encuentra en la dirección del conductor es la que efectivamente produce la corriente. El voltaje a lo largo de una trayectoria se define como

la integral de línea del campo eléctrico a lo largo de dicha trayectoria (ver ecuación 5).

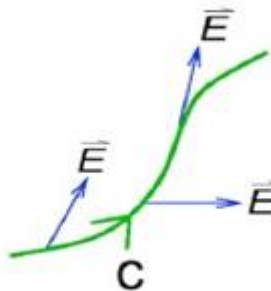
(Marulanda, 2017)

$$v(C) = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

Ecuación 5. Integral de línea del campo eléctrico

Este valor corresponde al trabajo por unidad de carga que el campo electromagnético realiza sobre una carga que se desplaza a lo largo de la curva C (ver Figura 7). Dado que la fuerza magnética es perpendicular a la velocidad de la carga, no realiza trabajo; por lo tanto, todo el trabajo es realizado por el campo eléctrico. (Marulanda, 2017)

Figura 7.
Comportamiento del voltaje en un conductor.



Nota. Fuente. (Marulanda, 2017)

Cada componente de un circuito generalmente presenta un área donde el campo eléctrico es distinto de cero, y una curva que recorre esa área (línea de voltaje) tendrá un voltaje diferente de cero. Por ejemplo, una resistencia se puede considerar como un cilindro de material óhmico. Si el campo eléctrico es uniforme en todo el cilindro, la densidad de corriente también será uniforme.

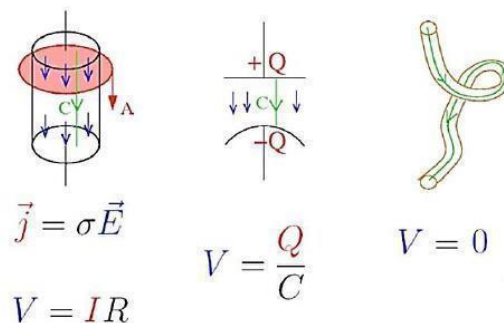
(Marulanda, 2017)

Otros componentes funcionan de manera similar a un condensador. Por ejemplo, en una batería de 9V de corriente continua, una reacción química genera cargas positivas en un terminal y negativas en el otro, de modo que el campo eléctrico a lo largo de una curva que conecte el terminal positivo con el negativo es exactamente de 9V.

De manera similar, el elemento de entrada de un voltímetro digital es un transistor MOSFET, en el cual las cargas positivas se acumulan en la terminal positiva (Gate) y las negativas en la terminal negativa (Source). Finalmente, si las corrientes son pequeñas, el campo eléctrico dentro de un alambre como el cobre, es muy bajo, y el voltaje a lo largo de una curva que recorra el interior del alambre es prácticamente cero, sin importar cuán enredado esté el alambre. Estos resultados se resumen en la Figura 8. (Marulanda, 2017)

Figura 8.

Comportamiento del voltaje en diferentes elementos de un circuito.

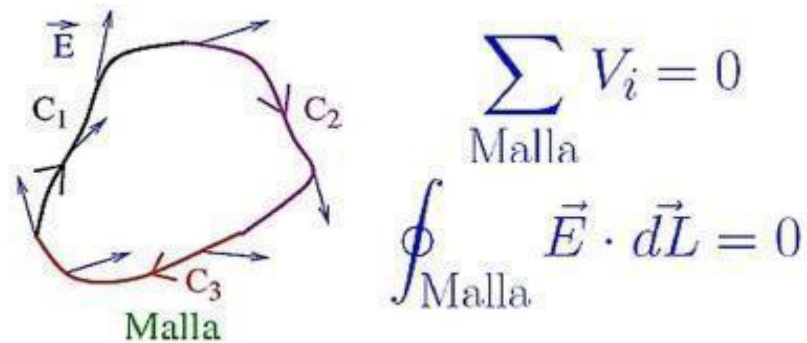


Nota. Fuente. (Marulanda, 2017)

La Ley de Kirchhoff de Voltajes establece que la suma algebraica de los voltajes a lo largo de una trayectoria cerrada (o malla) es igual a cero. Esto es válido en condiciones estacionarias, es decir, cuando no existen campos magnéticos variables en el tiempo. Bajo estas condiciones, la integral de línea del campo eléctrico a lo largo de una curva cerrada es cero, lo que refleja el carácter conservativo del campo eléctrico en sistemas de corriente continua. Sin embargo, si el

flujo magnético a través del área delimitada por la trayectoria varía con el tiempo, como ocurre en circuitos con inductores o transformadores en corriente alterna, esta integral ya no es cero debido a la inducción electromagnética, de acuerdo con la Ley de Faraday que se puede ver en la figura 9.

Figura 9.
Ley de voltajes de Kirchhoff



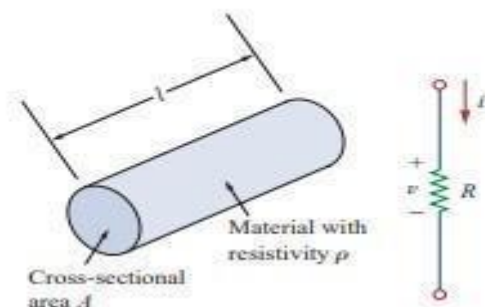
Nota. Fuente. (Marulanda, 2017)

4.2 Ley de ohm

En el campo de la ingeniería eléctrica, frecuentemente existen problemas de análisis de circuitos en los que se conoce la estructura del circuito y los valores de sus elementos, pero se deben determinar las corrientes, voltajes y potencias.

Los materiales, en términos generales, tienden a oponerse al flujo de carga eléctrica. Esta propiedad física, que indica la capacidad de un material para resistir la corriente, se denomina resistencia y se simboliza con la letra R (ver figura 10).

Figura 10.
Resistividad en un conductor



Nota. Fuente. (Charles K. Alexander, 2009)

La resistencia eléctrica de un material de sección transversal constante A depende de su resistividad ρ , de su longitud L , y del área A , de acuerdo con la ecuación 6. cómo se ilustra en la figura 10. (Charles K. Alexander, 2009)

Se puede expresar la resistencia mediante la siguiente fórmula matemática:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

Ecuación 6. Resistencia eléctrica de un conductor.

donde ρ se denomina resistividad del material y se mide en ohmios-metros. Los conductores de buena calidad, como el cobre y el aluminio, presentan resistividades bajas, mientras que los materiales aislantes, como la mica y el papel, tienen resistividades altas. El componente del circuito que se utiliza para representar la capacidad de un material para resistir la corriente es el resistor. Para la fabricación de circuitos, los resistores suelen estar hechos de aleaciones metálicas y compuestos de carbono. (Charles K. Alexander, 2009)

La ley de Ohm establece que la constante de proporcionalidad entre la corriente que circula por un resistor y el voltaje aplicado a sus extremos es la resistencia, R . Esta resistencia es una

propiedad característica del material, aunque puede variar si cambian las condiciones internas o externas del elemento, como ocurre, por ejemplo, ante variaciones de temperatura. (Charles K. Alexander, 2009) Así, la Ecuación 7 se transforma en el siguiente planteamiento:

$$v = i * R$$

Ecuación 7. Ley de Ohm en función del voltaje

La cual representa la expresión matemática de la ley de Ohm. En la Ecuación anterior, R se mide en ohmios, que se simbolizan como Ω . Por consiguiente, se puede deducir en la ecuación 8:

$$R = \frac{V}{I}$$

Ecuación 8. Ley de Ohm en función de la resistencia.

Para aplicar la ley de Ohm, es fundamental prestar atención a la dirección de la corriente y a la polaridad del voltaje. La dirección de la corriente I y la polaridad del voltaje V deben ajustarse a la convención de signo pasivo, Esto significa que la corriente fluye de un potencial más alto a uno más bajo. Si la corriente fluye de un potencial más bajo a uno más alto, entonces el dispositivo entrega o genera energía.

4.3 Capacitancia e inductancia

La teoría del campo electromagnético es el enfoque fundamental para estudiar los efectos de la carga eléctrica. Sin embargo, la teoría de circuitos es una simplificación de la teoría de campos que resulta mucho más fácil de aplicar. En este contexto, la capacitancia se asocia a la capacidad

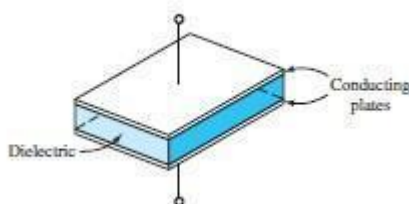
de un circuito para almacenar energía en forma de campo eléctrico, mientras que la inductancia se relaciona con la capacidad de almacenar energía en forma de campo magnético. El voltaje en un inductor ideal es proporcional a la derivada temporal de la corriente. Por otro lado, en un inductor ideal, el voltaje es proporcional a la tasa de cambio de la corriente en el tiempo, mientras que, en un capacitor ideal, el voltaje es proporcional a la integral temporal de la corriente. (Hambley, 2018)

4.3.1. Capacitancia.

Un capacitor es un elemento pasivo diseñado para almacenar energía en forma de campo eléctrico. Junto con los resistores, los capacitores son los componentes eléctricos más comunes. Se utilizan ampliamente en electrónica, comunicaciones, computadoras y sistemas de energía. Por ejemplo, son empleados en los circuitos de sintonización de receptores de radio y como elementos de memoria dinámica en sistemas informáticos. (Hambley, 2018)

Los capacitores se construyen separando dos láminas de conductor, que generalmente son metálicas, mediante una delgada capa de material aislante. En un capacitor de placas paralelas, las láminas son planas y paralelas, como se muestra en la Figura 11. El material aislante entre las placas, conocido como dieléctrico, puede ser aire, Mylar®, poliéster, polipropileno, mica u otros materiales diversos. (Hambley, 2018)

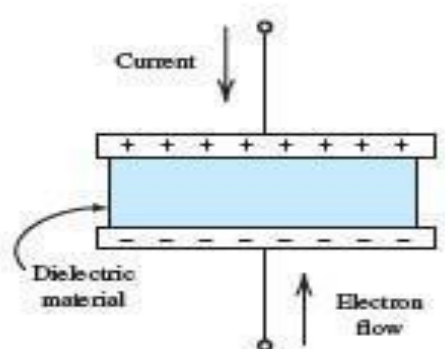
Figura 11.
Concepto de capacitancia



Nota. Fuente. (Hambley, 2018)

Cuando la corriente fluye a través de un capacitor, como se ilustra en la figura 11, se observa que en la mayoría de los metales la corriente está constituida por el movimiento de electrones. La corriente convencional que se representa hacia abajo corresponde, en realidad, a electrones que se desplazan en sentido opuesto, es decir, hacia arriba. A medida que estos electrones se acumulan en la placa inferior del capacitor, esta adquiere una carga negativa neta que genera un campo eléctrico en el dieléctrico. Este campo obliga a los electrones de la placa superior a abandonar dicha placa a la misma tasa que se acumulan en la inferior, lo que da la apariencia de que la corriente fluye a través del capacitor (ver figura 12). Conforme se acumula la carga en las placas, se desarrolla un voltaje entre ellas. (Hambley, 2018)

Figura 12.
Flujo de corriente a través de un capacitor.



Nota. Fuente. (Hambley, 2018)

Se puede decir que la carga acumulada en una de las placas se almacena en el capacitor. Sin embargo, la carga total en ambas placas siempre es cero, ya que la carga positiva en una placa se equilibra con la carga negativa de igual magnitud en la otra placa. (Hambley, 2018)

4.3.2. Carga almacenada en función del voltaje.

La constante de proporcionalidad es la capacitancia C , que se mide en faradios (F). Un faradio equivale a coulomb por voltio. Para ser más precisos, la carga q es la carga neta en la placa

correspondiente a la referencia positiva para V . Así, si V es positivo, habrá carga positiva en la placa asociada con la referencia positiva de V . Por otro lado, si V es negativo, habrá carga negativa en la placa correspondiente a la referencia positiva. (Hambley, 2018)

Un faradio es una cantidad muy grande de capacitancia. En la mayoría de las aplicaciones, se trata con capacitancias que van desde unos pocos picofaradios ($1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$) aproximadamente 0.01 F

4.3.3. Corriente en función del voltaje.

La corriente es la tasa de flujo de carga con respecto al tiempo. Al tomar la derivada de cada lado de la ecuación anterior con respecto al tiempo, se obtiene la ecuación 9:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} (cv)$$

Ecuación 9. Flujo de corriente a través de un capacitor

Lo cual demuestra que a medida que el voltaje aumenta, la corriente fluye a través del capacitor y la carga se acumula en cada placa. Si el voltaje se mantiene constante, la carga es constante y la corriente es cero. Por lo tanto, un capacitor parece comportarse como un circuito abierto para un voltaje de corriente continua (DC) constante. (Hambley, 2018)

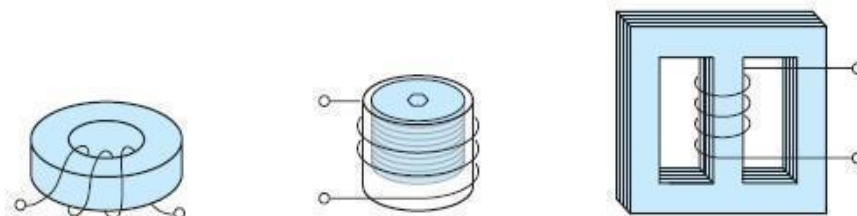
4.3.4. Inductancia

Un inductor se construye generalmente enrollando un alambre conductor alrededor de un soporte o núcleo (ver figura 13). La corriente que fluye a través de la bobina genera un campo magnético o flujo que se enlaza con la bobina. A menudo, el soporte de la bobina está hecho de un material magnético, como el hierro o los óxidos de hierro, que aumenta el flujo magnético

para una corriente dada. (Los núcleos de hierro a menudo están compuestos de láminas delgadas).

(Hambley, 2018)

Figura 13.
Ejemplos de inductores.



Nota. Fuente. (Hambley, 2018)

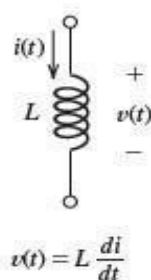
Cuando la corriente cambia de valor, el flujo magnético resultante también varía. Según la ley de inducción electromagnética de Faraday, un flujo magnético que varía con el tiempo y que enlaza una bobina induce un voltaje a través de ella. Para un inductor ideal, el voltaje es proporcional a la tasa de cambio de la corriente con respecto al tiempo. Además, la polaridad del voltaje se orienta de tal manera que se opone al cambio en la corriente. La constante de proporcionalidad se denomina inductancia, y generalmente se representa con la letra L .

(Hambley, 2018)

El símbolo del circuito para la inductancia se muestra en la Figura 14.

Figura 14. Símbolo de inductancia.

Símbolo de inductancia.



Nota. Fuente. (Hambley, 2018)

En forma de ecuación, el voltaje y la corriente están relacionados por la siguiente fórmula:

$$v(t) = L \frac{di}{dt}$$

Ecuación 10. Ley de comportamiento de un inductor

La inductancia se mide en henrios (H), que son equivalentes a voltios por segundos por amperio. Generalmente, se trabaja con inductancias que van desde fracciones de micro henrio (μH) hasta varias decenas de henrios.

4.3.5. Analogía del flujo de fluidos

La analogía del flujo de fluidos para la inductancia es la inercia del fluido que circula a través de una tubería sin fricción de diámetro constante.

La diferencia de presión entre los extremos de la tubería es análoga al voltaje, y la tasa de flujo o velocidad es análoga a la corriente. Por lo tanto, la aceleración del fluido es comparable a la tasa de cambio de la corriente.

Una diferencia de presión entre los extremos de la tubería solo existe cuando la tasa de flujo está aumentando o disminuyendo. (Hambley, 2018)

Un ejemplo de la inercia de un fluido en movimiento se observa cuando una válvula, normalmente operada por un solenoide eléctrico, se cierra repentinamente, interrumpiendo el flujo. Por ejemplo, en una lavadora, el cambio repentino en la velocidad del flujo de agua puede generar alta presión, causando un golpe y vibración en las tuberías.

Esto es similar a los efectos eléctricos que ocurren cuando la corriente en un inductor se interrumpe de manera abrupta. Una aplicación de la alta tensión que aparece al interrumpir la

corriente de forma repentina es en el sistema de encendido de un motor de combustión interna alimentado por gasolina. (Hambley, 2018)

4.3.6. Corriente en función del voltaje.

Supóngase que se conoce la corriente inicial $i(t_0)$ y el voltaje $V(t)$ a través de una inductancia. Además, supongamos que necesitamos calcular la corriente para $t > t_0$.

Reorganizando la ecuación obtenemos la ecuación 11:

$$di = \frac{1}{L} v(t) dt$$

Ecuación 11. Ecuación diferencial ley del inductor

Integrando a ambos lados de la ecuación, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\int_{i(t_0)}^{i(t)} di = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(t) dt$$

Ecuación 12. Ecuación integral de la inductancia

La integral en el lado derecho de la ecuación es respecto al tiempo. Además, los límites son el tiempo inicial y la variable de tiempo. La integral en el lado izquierdo está dada respecto a la corriente, con límites de integración que corresponden a los límites de tiempo del lado derecho. (Hambley, 2018)

4.4 Software de modelado de sistemas dinámicos

MATLAB es un entorno y un lenguaje de programación diseñado principalmente para cálculos numéricos, visualización de datos y desarrollo de algoritmos. Es ampliamente utilizado en campos como la ingeniería, las matemáticas y las finanzas para realizar análisis de datos,

simulaciones y modelados. MATLAB ofrece una variedad de herramientas y funciones que facilitan el trabajo con matrices, la generación de gráficos y la implementación de aplicaciones específicas, lo que lo convierte en una herramienta esencial para investigadores y profesionales en diversas disciplinas. (MathWorks , 2024)

SIMULINK es un complemento de MATLAB diseñado para simular el comportamiento de sistemas dinámicos. Permite la simulación de sistemas tanto lineales como no lineales, así como modelos en tiempo continuo y discreto, y sistemas híbridos que combinan ambos.

Este entorno gráfico facilita la construcción del modelo a simular mediante el uso de bloques que se pueden arrastrar y soltar. Los modelos creados en SIMULINK se guardan en archivos con la extensión *.mdl. Con las versiones más recientes, SIMULINK ha ampliado sus bibliotecas de bloques y capacidades, destacando el paquete STATEFLOW, que permite la simulación de máquinas de estados. (Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona, 2012)

Un modelo de sistemas es una representación simplificada de un sistema que refleja sus propiedades y permite realizar experimentos o análisis sin necesidad de interactuar directamente con el sistema real. Los modelos son utilizados para responder preguntas sobre el sistema, proporcionando una manera de simular o estudiar su comportamiento en diversas condiciones. (Fritzson, 2011)

Un modelo puede ser considerado jerárquico, lo que significa que se puede dividir en partes, y cada parte puede representar un nuevo modelo válido para un subconjunto de experimentos. Además, la validez de un modelo está relacionada con el sistema que representa y con los experimentos específicos a los que se puede aplicar. La "validación del modelo" se refiere a la capacidad del modelo para proporcionar resultados precisos y útiles en relación con experimentos concretos. (Fritzson, 2011)

Una simulación se define como un experimento realizado sobre un modelo. Esta definición no requiere que el modelo esté necesariamente representado de manera matemática o mediante un programa de computadora, aunque el enfoque del texto se centra en los modelos matemáticos que son ejecutables en un ordenador. (Fritzson, 2011)

Algunos ejemplos de simulaciones incluyen:

- **Simulación de procesos industriales:** Como la fabricación de acero o pulpa, para estudiar el comportamiento del proceso bajo diversas condiciones y mejorar su eficiencia.
- **Simulación del comportamiento de vehículos:** Por ejemplo, de automóviles o aviones, con el objetivo de proporcionar entrenamiento realista a los pilotos.
- **Simulación de redes de computadoras:** Para entender el comportamiento bajo diferentes cargas y optimizar su rendimiento.

Un modelo es válido sólo para ciertas clases de experimentos, por lo que es útil definir un marco experimental que establezca las condiciones necesarias para que un experimento sea considerado válido. (Fritzson, 2011)

Cuando el modelo matemático se representa de forma ejecutable en una computadora, las simulaciones se llevan a cabo mediante experimentos numéricos o computados.

Esto permite realizar experimentos de manera sencilla y segura, donde todas las variables del modelo son observables y controlables. Sin embargo, la utilidad de los resultados de la simulación depende de cuán bien el modelo represente el sistema real en relación con las preguntas que se busca responder.

A diferencia de la experimentación, la simulación es una técnica ampliamente aplicable para analizar el comportamiento de sistemas arbitrarios. Aunque las técnicas analíticas pueden ser más

precisas, suelen depender de supuestos simplificadores que no siempre son justificables. Por lo tanto, es común combinar simulaciones con técnicas analíticas o semianalíticas para obtener resultados más completos. (Fritzson, 2011)

Los argumentos para realizar simulaciones son:

- **Costos y peligros:** Los experimentos pueden ser demasiado costosos, peligrosos o incluso imposibles de llevar a cabo si el sistema que se desea estudiar aún no existe.
- **Escalas de tiempo:** La dinámica de algunos sistemas puede desarrollarse en escalas de tiempo que son incompatibles con la capacidad del experimentador. Por ejemplo, observar cambios en el universo puede llevar millones de años, mientras que una simulación puede revelar estos cambios en un corto periodo.
- **Inaccesibilidad de variables:** En una simulación, todas las variables pueden ser controladas y estudiadas, incluso aquellas que son inaccesibles en el sistema real.
- **Manipulación de modelos:** Las simulaciones permiten ajustar fácilmente los parámetros del modelo, incluso fuera de los rangos físicos permitidos. Por ejemplo, se puede cambiar la masa de un objeto en un modelo simulado con un simple comando, algo que sería complicado en un sistema físico.
- **Supresión de perturbaciones:** Las simulaciones pueden eliminar perturbaciones que serían inevitables en experimentos reales, lo que permite un análisis más limpio y centrado en efectos específicos.
- **Eliminación de efectos de segundo orden:** A menudo, las simulaciones se utilizan para minimizar efectos secundarios, como pequeñas no linealidades, lo que facilita una comprensión más clara de los efectos principales del sistema.

Al hacer la comparación entre modelos estáticos y dinámicos se tiene que todos los sistemas, tanto los naturales como los artificiales, son dinámicos porque existen en un mundo real que cambia con el tiempo. Los modelos matemáticos que representan estos sistemas también se consideran dinámicos, ya que reflejan esa evolución temporal. No obstante, a veces es práctico simplificar y no considerar el tiempo en el modelo de un sistema, lo que se denomina un modelo estático. (Fritzson, 2011)

Se puede definir ambos conceptos de la siguiente manera:

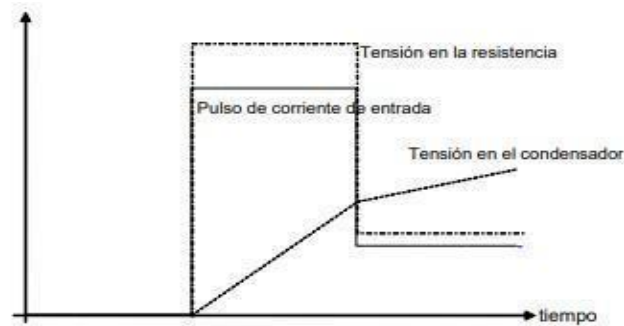
Modelo Dinámico: Este tipo de modelo incorpora el tiempo. La palabra "dinámico" proviene del griego dynamis, que significa fuerza o potencia, y refleja la interacción entre fuerzas a lo largo del tiempo. El tiempo puede estar presente de manera explícita, como una variable en una fórmula matemática, o de manera implícita a través de derivadas respecto al tiempo o eventos que suceden en momentos específicos.

Modelo Estático: A diferencia del dinámico, este modelo se define sin considerar el tiempo. La palabra "estático" proviene del griego statikos, que se refiere a algo que mantiene el equilibrio. Los modelos estáticos son útiles para describir sistemas en equilibrio o en estado estacionario, donde la salida permanece constante si la entrada no cambia. Sin embargo, pueden exhibir comportamientos dinámicos si reciben señales de entrada que varían.

El comportamiento de un modelo dinámico a menudo depende de la historia de su simulación. Por ejemplo, si un modelo matemático incluye una derivada temporal, esta debe ser integrada para resolver la variable correspondiente durante la simulación, teniendo en cuenta la historia temporal anterior. En el caso de los condensadores, la tensión en el condensador está relacionada con la carga acumulada, es decir, con la integral de la corriente. Al diferenciar esta relación, se encuentra que la derivada de la tensión respecto al tiempo es proporcional a la corriente en el

condensador, lo que permite estudiar cómo la tensión aumenta con el tiempo en función de la corriente. (Fritzson, 2011)

Figura 15.
Comportamiento de tensión a una entrada en diferentes elementos



Nota. Fuente. (Fritzson, 2011)

4.5 Sistemas dinámicos

Los sistemas dinámicos son aquellos que cambian o evolucionan con el tiempo según una regla determinada. (MathWorks, MATLAB: The language of technical computing., 2024). Para muchos sistemas físicos, esta regla puede expresarse como un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden (ver ecuación 13):

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t), u(t), t)$$

Ecuación 13. Ecuación diferencial de primer orden

En la ecuación 13, $x(t)$ representa el vector de estado, un conjunto de variables que describen la configuración del sistema en un momento t . Por ejemplo, en un simple sistema mecánico de

masa-resorte-amortiguador, las dos variables de estado podrían ser la posición y la velocidad de la masa. $u(t)$ es el vector de entradas externas al sistema en el tiempo t , y f es una función (posiblemente no lineal) que produce la derivada temporal (tasa de cambio) del vector de estado, dx/dt , en un instante específico.

La relación expresada en la Ecuación anterior es bastante general y puede utilizarse para describir una amplia variedad de sistemas diferentes; sin embargo, puede ser muy difícil de analizar. Existen dos simplificaciones comunes que hacen que el problema sea más manejable. Primero, si la función f no depende explícitamente del tiempo, es decir, $\dot{x} = f(x, u)$, el sistema se considera invariante en el tiempo.

Esta suposición suele ser razonable, ya que las leyes físicas subyacentes normalmente no dependen del tiempo. En sistemas invariantes en el tiempo, los parámetros o coeficientes de la función f son constantes. Sin embargo, las variables de estado, $x(t)$, y las entradas de control, $u(t)$, pueden seguir dependiendo del tiempo. (MathWorks , 2024)

4.6 Representación de la función de transferencia

Los sistemas LTI (Lineales e Invariantes en el Tiempo) tienen una propiedad muy importante: si la entrada al sistema es sinusoidal, la salida también será sinusoidal con la misma frecuencia que la entrada, aunque con una magnitud y una fase diferentes. Estas diferencias en magnitud y fase dependen de la frecuencia y representan lo que se conoce como la respuesta en frecuencia del sistema.

Mediante la transformada de Laplace, es posible convertir la representación en el dominio del tiempo de un sistema en una representación de entrada/salida en el dominio de la frecuencia, conocida como la función de transferencia. Este proceso también transforma la ecuación

diferencial que gobierna el sistema en una ecuación algebraica, que suele ser más fácil de analizar. (MathWorks , 2024)

La transformada de Laplace de una función en el dominio del tiempo $f(t)$ se define en la ecuación 14 como:

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

Ecuación 14. Transformada de Laplace en el dominio del tiempo

donde el parámetro s es una variable de frecuencia compleja.

4.7 Modelado de sistemas eléctricos

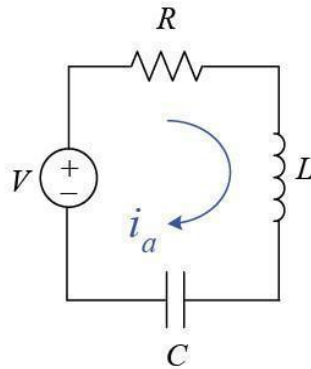
Al igual que las leyes de Newton para los sistemas mecánicos, las leyes de Kirchhoff son herramientas analíticas fundamentales para modelar sistemas eléctricos. La ley de corrientes de Kirchhoff (LCK) establece que la suma de las corrientes eléctricas que entran a un nodo en un circuito debe ser igual a la suma de las corrientes eléctricas que salen de ese nodo. Por otro lado, la ley de voltajes de Kirchhoff (LVK) indica que la suma de las diferencias de voltaje alrededor de cualquier lazo cerrado en un circuito es cero. Al aplicar la LVK, las tensiones de las fuentes se consideran generalmente como positivas, mientras que las tensiones de las cargas se consideran negativas. (MathWorks , 2024)

4.7.1. Circuito RLC

Ahora se puede considerar una combinación simple en serie de tres elementos eléctricos pasivos: un resistor, un inductor y un capacitor, conocido como circuito RLC (ver figura 16).

Figura 16.

Representación de un circuito RLC.



Nota. Fuente. (MathWorks , 2024)

Dado que este circuito es un solo lazo, cada nodo tiene una única entrada y salida; por lo tanto, la aplicación de la ley de Kirchhoff de corriente (LVK) muestra que la corriente es la misma en todo el circuito en un momento dado, Al aplicar la ley de Kirchhoff de voltaje (KVL) alrededor del lazo y utilizando las convenciones de signo indicadas en el diagrama, se obtiene la siguiente ecuación gobernante. (MathWorks , 2024)

$$V(t) - RI - L \frac{di}{dt} - \frac{1}{C} \int idt = 0$$

Ecuación 15. Ecuación fundamental para un circuito RLC

Se puede observar que la ecuación fundamental para el circuito RLC tiene una forma análoga a la del sistema mecánico masa-resorte-amortiguador. En particular, ambos son sistemas de segundo orden donde la carga (la integral de la corriente) corresponde al desplazamiento, la

inductancia corresponde a la masa, la resistencia corresponde al amortiguamiento viscoso y la capacitancia inversa corresponde a la rigidez del resorte. Estas analogías, entre otras, son conceptualmente muy útiles para entender el comportamiento de los sistemas dinámicos. (MathWorks , 2024)

La representación en el espacio de estados se obtiene eligiendo la carga en el capacitor y la corriente a través del circuito (inductor) como las variables de estado.

La representación de la función de transferencia se puede obtener tomando la transformada de Laplace, al igual que para el sistema masa-resorte-amortiguador, o a partir de la ecuación 16 en el espacio de estados de la siguiente manera:

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{s}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{c}}$$

Ecuación 16. Función de transferencia de un circuito RLC serie en función de la frecuencia compleja

4.7.2. Modelado en el espacio de estado

El estado de un sistema dinámico se define como el conjunto mínimo de variables, conocidas como variables de estado, que permiten describir completamente el comportamiento del sistema en cualquier instante futuro $t > t_0$, siempre que se conozcan tanto estas variables en un tiempo inicial t_0 como las entradas al sistema para $t \geq t_0$.

Es importante destacar que este concepto no se limita únicamente a sistemas físicos; también es aplicable a otros tipos de sistemas, como biológicos, económicos, sociales y más, donde el análisis dinámico resulta relevante. (Ogata, 1998)

4.7.3. Variables de estado.

Las variables de estado de un sistema dinámico conforman el conjunto mínimo necesario para describir por completo el estado del sistema. Si se requieren n variables para representar plenamente el comportamiento del sistema dinámico, de forma que, conociendo la entrada para $t \geq t_0$ y el estado inicial $t = t_0$, se pueda determinar el estado futuro del sistema, dichas variables se consideran el conjunto de variables de estado. (Ogata, 1998)

Es importante señalar que las variables de estado no tienen que ser necesariamente medibles u observables de manera directa ni representar cantidades físicas. Existe flexibilidad para seleccionar variables que no corresponden a magnitudes físicas observables. Sin embargo, en la práctica, resulta conveniente optar por variables que puedan medirse con facilidad, siempre que sea posible. Esto se debe a que las leyes del control óptimo suelen requerir una retroalimentación ponderada de todas las variables de estado, lo cual facilita su implementación y control.

4.7.4. Vector de estado.

Si un sistema requiere n variables de estado para describir completamente su comportamiento, estas variables se agrupan en un vector denominado vector de estado. Este vector tiene la capacidad de determinar de forma única el estado del sistema $x(t)$ en cualquier instante $t \geq t_0$, siempre que se conozca el estado inicial en $t = t_0$ y la entrada $u(t)$ para $t \geq t_0$. (Ogata, 1998)

4.7.5. Ecuaciones en el espacio de estados.

En el análisis en el espacio de estados, se consideran tres tipos principales de variables para modelar sistemas dinámicos: las variables de entrada, las variables de salida y las variables de estado. Un sistema dinámico puede tener múltiples representaciones en el espacio de estados, pero todas tendrán el mismo número de variables de estado, independientemente de la forma específica de la representación.

Un sistema dinámico debe incluir elementos que conserven información sobre los valores de las entradas para $t \leq t_0$. En sistemas de control en tiempo continuo, los integradores actúan como dispositivos de memoria, y sus salidas se toman como las variables que describen el estado interno del sistema dinámico. Por lo tanto, las salidas de los integradores representan las variables de estado. El número de variables de estado requerido para caracterizar completamente la dinámica del sistema es equivalente al número de integradores presentes en el sistema. (Ogata, 1998)

Para ello se debe considerar como un sistema con múltiples entradas y salidas que contiene n integradores. Además, que el sistema cuenta con r entradas $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_r(t)$, y m salidas $y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_m(t)$. Se definen las salidas de los integradores como las variables de estado: $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_n(t)$.

$$X_1(t) = f_1(X_1, X_2, X_n; u_1, u_2, u_r; t)$$

$$X_2(t) = f_2(X_1, X_2, X_n; u_1, u_2, u_r; t)$$

$$X_n(t) = f_n(X_1, X_2, X_n; u_1, u_2, u_r; t)$$

Ecuación 17. Entradas del sistema

Las salidas del sistema se obtienen mediante las siguientes ecuaciones

$$X_1(t) = f_1(X_1, X_2, X_n; u_1, u_2, u_r; t)$$

$$X_2(t) = f_2(X_1, X_2, X_n; u_1, u_2, u_r; t)$$

$$X_n(t) = f_n(X_1, X_2, X_n; u_1, u_2, u_r; t)$$

Ecuación 18. Salidas del sistema

Por lo tanto, si se define la siguiente matriz:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix}$$

Ecuación 19. Matriz del sistema con múltiples entradas y salidas

Se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t)$$

$$y(t) = g(x, u, t)$$

Ecuación 20. Ecuaciones de estado y de salida

Donde $x(t)$ es la ecuación de estado y $y(t)$ es la ecuación de salida.

Si las funciones vectoriales involucran explícitamente el tiempo t , el sistema se denomina sistema variante con el tiempo.

Al linealizar las ecuaciones, alrededor del estado de la operación, se tienen las siguientes ecuaciones de estado y de salida:

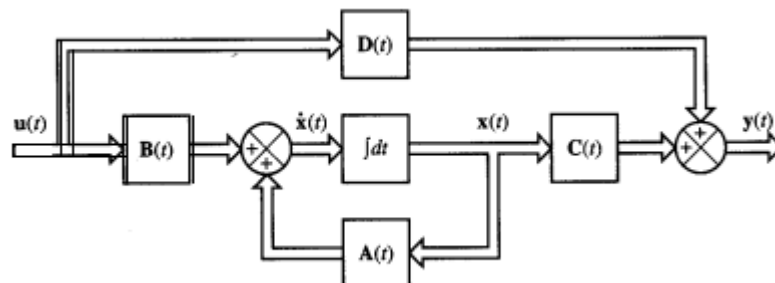
$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t)$$

Ecuación 21. Ecuaciones de estado y de salida linealizadas

Figura 17.

Diagrama de bloques del sistema de control lineal en tiempo continuo



Nota. Fuente. (Ogata, 1998)

4.8 Sistemas de adquisición de señales.

La adquisición de datos es un proceso que toma fenómenos físicos del mundo real y se transforman en señales eléctricas, las cuales se miden y se convierten en un formato digital para su proceso, análisis y almacenamiento. (Agüero, 2017). Para lograr esto, se requiere de un sistema de adquisición de señales que se compone de los siguientes elementos:

- Acondicionamiento de señal
- Hardware y software para la adquisición de datos.
- Sensores y transductores.

Figura 18.
Partes de un sistema de adquisición de datos.



Nota. Fuente. (Agüero, 2017)

4.8.1. Transductores y sensores

Los transductores y sensores actúan como el vínculo entre el entorno físico y el sistema de adquisición de datos, transformando fenómenos físicos en señales eléctricas. Un transductor es un dispositivo diseñado para detectar una magnitud física específica y convertirla en una señal medible. En muchos casos, el término transductor se utiliza como sinónimo de sensor. Al igual que cualquier instrumento de medición, los transductores tienen un rango operativo definido que delimita su capacidad de funcionamiento. (Agüero, 2017)

4.8.2. Transductores y sensores

Las señales provenientes de los sensores o del entorno pueden contener ruido o ser potencialmente peligrosas para su medición directa. Por ello, el circuito de acondicionamiento de señales se encarga de manipularlas, adaptándolas para que sean compatibles con la entrada del sistema de adquisición de datos. Este proceso puede incluir tareas como amplificación,

atenuación, filtrado o aislamiento de las señales, dependiendo de las necesidades del sistema.

(Agüero, 2017)

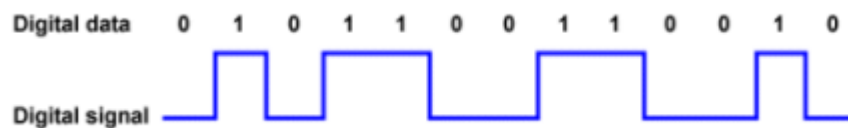
4.8.3. Hardware y software para la adquisición de datos.

En esta etapa, las señales analógicas detectadas se convierten en formato digital mediante un conversor analógico-digital (A/D). Este componente electrónico toma muestras periódicas de la señal analógica, transformándola en una representación digital que puede ser procesada por una computadora. Las señales analógicas varían continuamente en el tiempo, y el conversor A/D captura estas variaciones a intervalos predefinidos, enviando las muestras digitalizadas a un sistema informático donde la señal original puede ser reconstruida para su análisis y almacenamiento. (Agüero, 2017)

4.8.4. Conversor A/D

Un conversor A/D es un dispositivo electrónico que transforma una señal analógica de voltaje en una señal digital representada en formato binario. Las señales digitales se caracterizan por tener únicamente dos niveles o estados definidos: un estado "encendido" (on), que corresponde al nivel más alto de la señal, y un estado "apagado" (off), que representa el nivel más bajo(ver figura19) (Agüero, 2017)

Figura 19.
Representación de señales binarias.



Nota. Fuente. (Agüero, 2017)

Los conversores A/D operan dentro de un rango específico que define los niveles máximos y mínimos de la señal de entrada (analógica) que pueden ser digitalizados. Este rango debe ser respetado para garantizar una conversión adecuada, y en muchos dispositivos es posible seleccionarlo, siendo comunes valores como 0 a 10 V o -10 a 10 V. (Agüero, 2017)

Un parámetro clave de las tarjetas de adquisición de datos (DAQ) es la resolución en voltaje, que depende del número de bits utilizados por el conversor para digitalizar la señal. El rango operativo del conversor se divide en un número de niveles igual a 2^n , donde n es el número de bits del conversor.

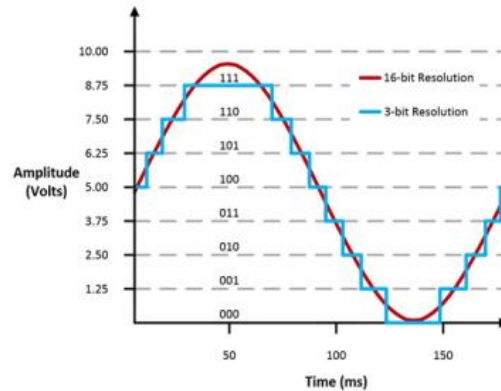
La resolución en voltaje, que corresponde al menor cambio en la tensión de entrada que la tarjeta puede detectar, está determinada tanto por el rango de medición como por el número de bits del conversor. Esto permite aproximar la señal de entrada con mayor precisión conforme aumenta la resolución del sistema. (Agüero, 2017)

La señal analógica se traduce en una combinación específica de bits, representada como una sucesión de niveles discretos. Por ejemplo, en un conversor A/D de 3 bits, la señal analógica sinusoidal se divide en 2^3 niveles dentro del rango operativo. Sin embargo, con una resolución de 3 bits, la representación digital no es suficientemente precisa, ya que se pierde una cantidad significativa de información durante la conversión.

Al incrementar la resolución del conversor, como en el caso de 16 bits ($2^{16}=65.5362$ divisiones), se logra una representación mucho más detallada y precisa de la señal analógica original. Por lo tanto, una mayor resolución en el sistema de adquisición de datos (DAQ) permite un mayor número de divisiones dentro del rango operativo y un cambio mínimo detectable mucho más pequeño, mejorando así la precisión de la conversión. (Agüero, 2017)

Figura 20.

Onda sinusoidal adquirida con un conversor A/D de 3 bits y otro de 16 bits.



Nota. Fuente. (Agüero, 2017)

4.9 Identificación de sistemas

La identificación de sistemas es una disciplina dentro del ámbito de la ingeniería y la ciencia que se enfoca en desarrollar modelos matemáticos para describir el comportamiento dinámico de un proceso o sistema real. Este proceso se lleva a cabo de manera experimental, utilizando datos obtenidos directamente del sistema mediante mediciones de entrada y salida. (Guillén, 2017)

El objetivo principal es crear un modelo que reproduzca, con la precisión necesaria para los fines específicos del análisis, las características dinámicas del sistema estudiado.

Estas características pueden incluir aspectos como la relación entre las variables de entrada y salida, los tiempos de respuesta, la estabilidad y otros parámetros clave que definen el comportamiento del sistema.

La identificación de sistemas es esencial en diversas áreas, como el diseño de controladores, la simulación de procesos, la predicción del comportamiento futuro y la optimización de sistemas. Este enfoque permite abordar problemas en campos tan variados como la ingeniería mecánica, eléctrica, química, la economía, la biología y más. La calidad del modelo identificado depende en

gran medida de la precisión de los datos experimentales, la técnica utilizada y la capacidad del modelo para captar las dinámicas relevantes del sistema. En la figura 21 se puede visualizar el proceso de identificación de modelos.(Guillén, 2017)

4.9.1. Proceso de identificación.

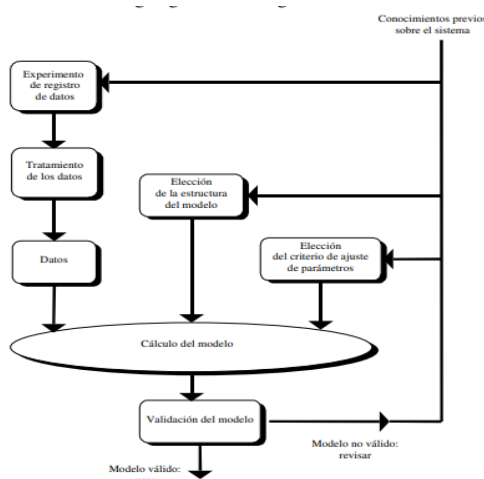
En términos generales, el proceso de identificación de sistemas consta de los siguientes pasos:

- **Obtención de datos de entrada y salida:** Consiste en aplicar una señal de entrada al sistema con el propósito de estimular y registrar la evolución tanto de sus entradas como de sus salidas a lo largo de un período de tiempo.
- **Preprocesamiento de los datos registrados:** Los datos recolectados suelen contener ruido u otras imperfecciones que pueden dificultar el proceso de identificación del modelo. Por ello, es necesario realizar un tratamiento previo para depurarlos y adecuarlos, lo que contribuye a mejorar la calidad del modelo resultante.
- **Selección de la estructura del modelo:** En el caso de optar por un modelo paramétrico, el primer paso es definir la estructura que se desea para el modelo. Este proceso resulta más sencillo si se cuenta con conocimientos previos sobre las leyes físicas que gobiernan el comportamiento del sistema en estudio.
- **Estimación de los parámetros del modelo:** Una vez definida la estructura del modelo, se procede a estimar los valores de los parámetros que permiten que la respuesta del modelo se ajuste de la mejor manera posible a los datos de entrada y salida obtenidos experimentalmente.
- **Validación del modelo:** Este paso final consiste en evaluar si el modelo obtenido cumple con el nivel de precisión requerido para la aplicación específica. En caso de que

el modelo no sea satisfactorio, se deben revisar posibles causas del problema, tales como:

- **Datos insuficientes:** El conjunto de datos de entrada y salida podría no contener información suficiente para capturar adecuadamente la dinámica del sistema.
- **Estructura del modelo inadecuado:** La estructura seleccionada podría no ser capaz de representar de manera efectiva las características del sistema.
- **Criterio de ajuste ineficaz:** El método empleado para ajustar los parámetros puede no ser el más apropiado para el caso en estudio.

Figura 21.
Diagrama del proceso de identificación de modelos.

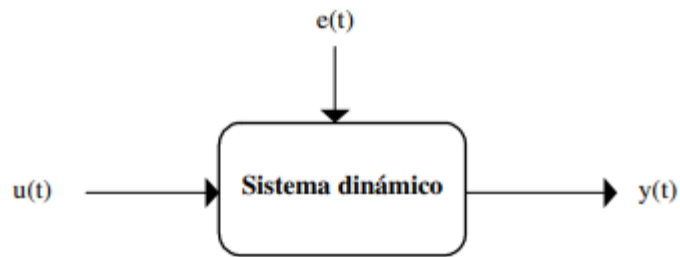


Nota. Fuente. (Guillén, 2017)

4.9.2. Identificación no paramétrica.

Los métodos de identificación no paramétricos son técnicas utilizadas para desarrollar modelos o representaciones del sistema en análisis sin necesidad de definir previamente una estructura paramétrica específica. Estos métodos se basan directamente en los datos experimentales de entrada y salida, permitiendo capturar las características dinámicas del sistema sin imponer restricciones en forma de ecuaciones paramétricas.

Figura 22.
Señales para el modelado no paramétrico.



Nota. Fuente. (Guillén, 2017)

Si se asume que el sistema es lineal, la relación entre la salida del sistema $y(t)$, la entrada $u(t)$, y el ruido $e(t)$, puede representarse mediante la siguiente expresión general:

$$y(t) = G(q) u(t) + H(q) e(t)$$

Ecuación 22. Relación entre la entrada, salida y el ruido del sistema

donde q^{-1} es el operador retardo y el producto $G(q^{-1}) u(t)$ representa la siguiente ecuación:

$$G(q^{-1}) * u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k) u(t - k)$$

Ecuación 23. Representación en forma de convolución de un sistema lineal e invariante en el tiempo (LTI) en tiempo discreto.

y, por tanto, se obtiene la ecuación 24:

$$G(q^{-1}) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}$$

Ecuación 24. Representación en q-1 basada en la respuesta al impulso.

La secuencia $g(k)$, conocida como la respuesta al impulso del sistema, representa la salida generada por el sistema cuando se aplica un impulso unitario en su entrada. Es decir, esta secuencia describe cómo el sistema responde directamente a un estímulo puntual en el dominio del tiempo, proporcionando una caracterización no paramétrica de su dinámica temporal.

Por otro lado, la función $G(z)$ conocida como la función de transferencia del sistema, describe matemáticamente la relación entre las entradas y salidas en el dominio transformado (dominio z). Al evaluar $G(z)$ sobre el círculo unidad, se obtiene la respuesta en frecuencia del sistema. Esta respuesta en frecuencia describe cómo el sistema amplifica o atenúa señales de diferentes frecuencias, proporcionando una descripción no paramétrica en el dominio de la frecuencia. (Guillén, 2017)

4.9.3. Identificación no paramétrica en el dominio del tiempo

Mediante esta técnica de identificación, el objetivo principal es determinar la respuesta al impulso o, alternativamente, la respuesta al escalón del sistema. Cabe destacar que la respuesta al escalón puede derivarse de la respuesta al impulso mediante un proceso de integración, ya que ambas están matemáticamente relacionadas.

Para lograr esto, es necesario registrar la evolución temporal de la salida del sistema tras aplicar una señal de impulso o una señal de escalón en su entrada. Este registro permite capturar

directamente el comportamiento dinámico del sistema frente a estas excitaciones estándar, proporcionando una descripción detallada de su respuesta.

Sin embargo, en la práctica, es importante reconocer que la aplicación de un impulso ideal no es siempre posible debido a limitaciones físicas. En tales casos, se emplean aproximaciones prácticas, como señales estrechas con alta energía, que se asemejan a un impulso, o se recurre directamente al uso de una señal escalón, que es más sencilla de implementar y medir. Estas alternativas siguen permitiendo la obtención de modelos no paramétricos útiles para describir el sistema en estudio.

Si se utiliza como entrada al sistema $u(t)$ un ruido blanco, este tipo de señal se caracteriza por tener una función de covarianza dada por la siguiente ecuación:

$$R_u(\tau) = \mathbb{E}[u(t + \tau)u(t)] = \begin{cases} \lambda & \text{si } \tau = 0 \\ 0 & \text{si } \tau \neq 0 \end{cases}$$

Ecuación 25. Función de autocorrelación de ruido blanco

La correlación cruzada entre la entrada $u(t)$ y la salida $y(t)$, considerando que la entrada es un ruido blanco y que el sistema es lineal, puede expresarse de la siguiente manera:

$$g(\tau) = \frac{1}{\lambda N} \sum_{t=1}^N y(t + \tau)u(t)$$

Ecuación 26. Estimación empírica de la respuesta al impulso de un sistema LTI (lineal e invariante en el tiempo)

Cuando la entrada al sistema no corresponde a un ruido blanco puro, puede modelarse como el resultado de filtrar un ruido blanco mediante un filtro $L(q^{-1})$, donde q^{-1} es el operador de retardo. (Guillén, 2017)

4.9.4. Identificación no paramétrica en el dominio de la frecuencia

En este caso, el modelo obtenido corresponde a una representación de la respuesta en frecuencia del sistema, derivada de la utilización de señales sinusoidales con diferentes frecuencias como entrada. Si no es viable emplear este tipo de señales, se puede optar por utilizar un ruido blanco, que permite determinar la respuesta en frecuencia mediante el análisis espectral. Este método se fundamenta en calcular la transformada de Fourier de las funciones de covarianza de la entrada y la salida, así como de la correlación cruzada entre ambas. (Guillén, 2017)). Para ello, se definen las siguientes funciones de correlación:

$$Ru(T) = E[u(t+T) * u(t)] = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t+T) * u(t)$$

Ecuación 27. Autocorrelación de la entrada

$$Ryu(T) = E[y(t+T) * u(t)] = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y(t+T) * u(t)$$

Ecuación 28. Correlación cruzada entre entrada y salida

La respuesta en frecuencia del sistema puede determinarse mediante la siguiente expresión:

$$G(e^{j\omega}) = \frac{\Phi_{yu}(\omega)}{\Phi_u(\omega)}$$

Ecuación 29. Respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia.

Las principales ventajas de este método radican en su simplicidad y accesibilidad. No requiere un procesamiento complejo de los datos ni conocimientos detallados previos sobre el sistema, salvo la suposición de que este es lineal. Otra ventaja significativa es la posibilidad de enfocar el análisis en un rango específico de frecuencias de interés, optimizando la relevancia de los datos obtenidos.

Sin embargo, su principal desventaja es que el modelo resultante no es directamente utilizable para simulaciones, ya que la representación en frecuencia no se traduce fácilmente en un modelo en el dominio del tiempo o en una forma paramétrica adecuada para simulación. Esto limita su aplicabilidad en ciertas etapas del diseño y análisis de sistemas. (Guillén, 2017)

4.9.5. Identificación paramétrica.

Los modelos paramétricos, a diferencia de los modelos no paramétricos, se caracterizan por estar definidos mediante una estructura específica y un conjunto finito de parámetros que establecen la relación entre las señales relevantes del sistema, como las entradas, salidas y perturbaciones. (Guillén, 2017)

En situaciones donde no se cuenta con conocimientos previos sobre el sistema, se suelen utilizar modelos estándar. Estos modelos han sido validados experimentalmente y demostraron ser adecuados para representar un amplio rango de sistemas dinámicos, especialmente aquellos que son lineales.

La principal complejidad en este enfoque radica en seleccionar el tipo de modelo adecuado, determinando su orden y el número de parámetros necesarios para que represente de manera satisfactoria las relaciones dinámicas observadas en los datos experimentales de entrada y salida. Una correcta elección es crucial para garantizar que el modelo sea representativo y útil para los fines deseados. (Guillén, 2017)

Por lo general, los modelos paramétricos se representan en el dominio discreto, ya que los datos utilizados para su identificación provienen de mediciones realizadas mediante muestreo. Si se necesita un modelo en el dominio continuo, es posible llevar a cabo una transformación adecuada para convertir el modelo discreto al continuo.

La expresión más común del modelo discreto es la presentada en la ecuación 30:

$$s(t) = n(t) + w(t)$$

Ecuación 30. Ecuación del modelo discreto con ruido auditivo

donde $w(t)$ es el término que modela la salida debida a las perturbaciones, $\eta(t)$ la salida debida a la entrada, y $s(t)$ la salida medible del sistema. Cada uno de estos términos puede desarrollarse con la siguiente formulación:

$$n(t) = G(q^{-1}, \theta), u(t)$$

$$\omega(t) = H(q^{-1}, \theta), e(t)$$

$$s(t) = A(q^{-1}, \theta), y(t)$$

Ecuación 31. Formulación estructurada de un sistema dinámico con ruido.

donde q^{-1} es el operador retardo, θ representa un vector de parámetros, $u(t)$ y $e(t)$ son la entrada al sistema y el ruido de entrada al mismo respectivamente e $y(t)$ es la salida de interés del sistema (que puede no coincidir con la salida medible).

Para seleccionar la estructura de este tipo de modelos, es fundamental determinar el orden de los polinomios involucrados, así como el retardo entre la entrada y la salida. Estos valores definen la complejidad del modelo y su capacidad para representar el sistema dinámico.

Una vez establecidos los órdenes y el retardo, el siguiente paso es calcular el vector de coeficientes. Este vector contiene los valores específicos que permiten que el modelo se ajuste adecuadamente a los datos experimentales de entrada y salida del sistema real.

Tabla 1.

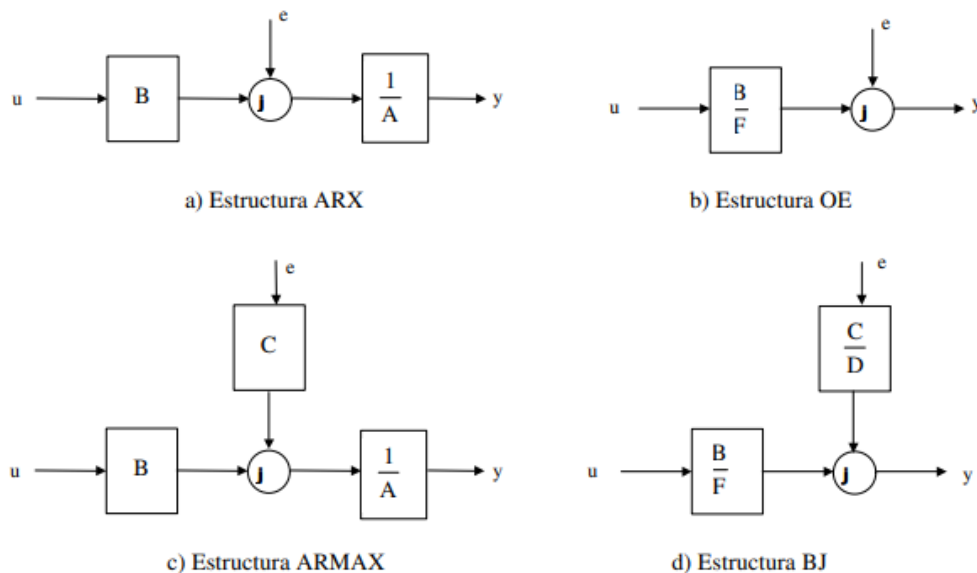
Diferentes estructuras de modelos paramétricos.

Tipo de modelo	Condición	Estructura resultante
Modelo ARX	$F(q^{-1}) = D(q^{-1}) = C(q^{-1}) = 1$	$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1}) \cdot u(t) + e(t)$
Modelo Output Error (OE)	$C(q^{-1}) = D(q^{-1}) = A(q^{-1}) = 1$	$y(t) = [B(q^{-1})/F(q^{-1})] \cdot u(t) + e(t)$
Modelo ARMAX	$F(q^{-1}) = D(q^{-1}) = 1$	$A(q^{-1}) \cdot y(t) = B(q^{-1}) \cdot u(t) + C(q^{-1}) \cdot e(t)$
Modelo Box Jenkins (BJ)	$A(q^{-1}) = 1$	$y(t) = [B(q^{-1})/F(q^{-1})] \cdot u(t) + [C(q^{-1})/D(q^{-1})] \cdot e(t)$

Nota. (Guillén, 2017)

Figura 23.

Diagramas de bloques.



Nota. Fuente. (Guillén, 2017)

4.10 Medición de fenómenos físicos.

4.10.1. Impedancia

La impedancia Z de un circuito se define como la relación entre el voltaje fasorial V y la corriente fasorial I , y se expresa en ohmios (Ω).

La impedancia representa la resistencia que el circuito ofrece al flujo de la corriente alterna senoidal. Aunque se define como la relación entre dos fasores (voltaje y corriente), la impedancia en sí no es un fasor, ya que no corresponde a una magnitud que varíe de manera senoidal en el tiempo. (Charles K. Alexander, 2009)

Las impedancias de resistores, inductores y capacitores pueden determinarse directamente a partir de la ecuación 32:

$$\frac{V}{I} = R, \frac{V}{I} = j\omega L, \frac{V}{I} = \frac{1}{j\omega C}$$

Ecuación 32. Ecuaciones de impedancias entre cada elemento del circuito.

Estas impedancias se resumen en la tabla 2, que permite analizar su comportamiento bajo diferentes condiciones.

Tabla 2.

Cálculo de impedancias

Elemento	Impedancia	Admitancia
R	$Z = R$	$Y = \frac{1}{R}$
L	$Z = j\omega L$	$Y = \frac{1}{j\omega L}$
C	$Z = \frac{1}{j\omega C}$	$Y = j\omega C$

Nota. (Charles K. Alexander, 2009)

Un análisis interesante surge al considerar dos casos extremos de frecuencia angular. Cuando $\omega=0$ (es decir, en el caso de fuentes de corriente continua), las impedancias de los elementos se comportan como sigue:

- El inductor actúa como un cortocircuito, ya que su impedancia es $Z_L=j\omega L$.
- El capacitor se comporta como un circuito abierto, dado que su impedancia esta dada en la ecuación 33

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

Ecuación 33. Impedancia en un capacitor

Este análisis confirma lo que ya se conoce sobre el comportamiento de inductores y capacitores en circuitos de corriente continua. (Charles K. Alexander, 2009)

Cuando $\omega \rightarrow \infty$ (es decir, en el caso de frecuencias muy altas), las impedancias de los elementos reactivos se comportan de la siguiente manera

- La impedancia del inductor tiende a infinito, lo que significa que el inductor actúa como un circuito abierto en altas frecuencias.
- La impedancia del capacitor tiende a cero, lo que implica que el capacitor se comporta como un cortocircuito en estas condiciones.

Como cantidad compleja, la impedancia puede expresarse en forma rectangular como se expresa en la ecuación 34:

$$Z = R + jX$$

Ecuación 34. Impedancia en forma rectangular.

donde R es la resistencia y X es la reactancia. La reactancia X puede ser positiva o negativa. Se dice que la impedancia es inductiva cuando X es positiva y capacitiva cuando X es negativa. Así, se dice que la impedancia Z es inductiva o de retardo, puesto que la corriente se atrasa de la tensión, mientras que la impedancia Z es capacitiva o de adelanto, puesto que la corriente se adelanta a la tensión. La impedancia, la resistencia y la reactancia se mide en ohm. (Charles K. Alexander, 2009)

4.10.2. Potencia compleja

La potencia compleja en un circuito eléctrico de corriente alterna es una representación que incluye tanto la potencia activa como la potencia reactiva. (Charles K. Alexander, 2009)

Se define en la ecuación 35:

$$S = P + jQ$$

Ecuación 35. Ecuación de potencia compleja

- S: Es la potencia compleja, medida en voltamperios (VA).
- P: Es la potencia activa (parte real), que representa la energía utilizada por el circuito para realizar trabajo útil, medida en vatios (W).

- Q: Es la potencia reactiva (parte imaginaria), que representa la energía almacenada y liberada periódicamente en los elementos reactivos del circuito (inductores y capacitores), medida en voltamperios reactivos (VAR).

La introducción de la potencia compleja permite obtener las potencias reales y reactiva directamente de los fasores de la tensión y la corriente (ver ecuaciones de la 36 a la 40).

$$S = P + jQ = \frac{1}{2} VI^* = V_{rms} I_{rms}(\theta_v - \theta_i)$$

Ecuación 36. Potencia compleja

$$S = |S| = V_{rms} I_{rms} \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Ecuación 37. Potencia aparente

$$P = \text{Re}(S) = S \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Ecuación 38. Potencia real

$$Q = \text{Im}(S) = S \sin(\theta_v - \theta_i)$$

Ecuación 39. Potencia reactiva

$$\text{FP} = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Ecuación 40. Factor de potencia

=

5. Metodología

5.1 Tipo de proyecto

El proyecto es de tipo de desarrollo experimental, debido a las siguientes razones:

Creación de un Prototipo Físico Funcional: El proyecto se centró en el diseño y la fabricación de un prototipo físico, específicamente un maletín interactivo, que permitió a los usuarios manipular y ajustar los parámetros de un circuito RLC de manera práctica. Este enfoque fue propio de un proyecto de desarrollo experimental, ya que se buscó crear una herramienta tangible que cumpliera una función específica, en lugar de explorar teorías nuevas.

Aplicación Práctica de Conocimientos Técnicos: El propósito del proyecto fue aplicar los conocimientos existentes en electrónica e ingeniería eléctrica para el desarrollo de una herramienta educativa interactiva. Se aplicaron principios y técnicas ya validadas para construir un sistema funcional que fue utilizado en contextos educativos y profesionales.

Desarrollo de un Modelo Funcional a partir de Simulaciones Teóricas: Aunque se utilizó una simulación en Simulink para modelar el comportamiento del circuito RLC, su propósito fue servir como una herramienta para validar el rendimiento del prototipo físico. El modelo teórico no tuvo como objetivo generar nueva teoría, sino proporcionar una base de referencia para asegurar que el prototipo diseñado fuera funcional y cumpliera con los objetivos planteados.

Verificación Experimental del Prototipo con Simulaciones: Se realizaron pruebas experimentales para comparar los resultados del prototipo con los obtenidos a través de

simulaciones, con el fin de confirmar que el sistema diseñado funcionara como se esperaba. Este proceso de validación y comparación fue característico de los proyectos de desarrollo experimental, donde se probó y ajustó la solución creada para asegurar que cumpliera con su propósito

Entrega de un Producto Final (Prototipo y Manual de Usuario): El proyecto culminó con la entrega de un producto final funcional que incluyó tanto el prototipo físico como el manual de usuario, permitiendo que otros profesionales y técnicos pudieran utilizar el sistema con facilidad. La creación de un producto listo para ser utilizado en un contexto real fue un claro indicio de que este proyecto correspondió a un desarrollo experimental.

5.2 Método

La investigación y selección de componentes consistió en elegir resistores, inductores y capacitores con valores ajustables (potenciómetros), para que los usuarios pudieran modificar los parámetros del circuito en tiempo real. El diseño del circuito incluyó la creación de un esquema detallado del circuito RLC, incorporando los controles de ajuste (potenciómetros) y los medidores de parámetros, como voltímetros o amperímetros. En cuanto a la construcción del maletín, se diseñó y fabricó una estructura compacta que albergó los componentes, priorizando la ergonomía y la facilidad de uso para los usuarios finales. Finalmente, se integraron controles manuales que permitieron la modificación de los parámetros del circuito, junto con una pantalla o indicadores que mostraron en tiempo real los valores actuales de la resistencia, inductancia y capacitancia.

El desarrollo del modelo en Simulink consistió en crear un modelo completo del circuito RLC, incorporando sus ecuaciones diferenciales y los parámetros variables (resistencia, inductancia y

capacitancia). Posteriormente, se configuraron las condiciones iniciales y los parámetros en Simulink, ajustando los valores de los componentes para que coincidieran con las especificaciones del prototipo físico y teniendo en cuenta las características del circuito a simular. A continuación, se ejecutaron simulaciones bajo diferentes condiciones, variando los valores de R, L y C, para estudiar la respuesta del sistema, analizando las salidas de la simulación, como la respuesta en frecuencia y la respuesta transitoria, y comparándolas con los resultados teóricos previstos. Finalmente, se realizaron los ajustes y optimizaciones necesarios al modelo para mejorar su precisión y asegurar que la simulación reflejara correctamente el comportamiento esperado del sistema real.

La construcción y ensamblaje del prototipo consistió en montar el circuito RLC dentro del maletín interactivo, asegurándose de que todos los componentes fueran accesibles y funcionales. Posteriormente, se llevaron a cabo pruebas experimentales bajo diferentes configuraciones del circuito, modificando los valores de los componentes y midiendo las respuestas del sistema, como voltajes y corrientes, utilizando instrumentos de medición apropiados. Durante este proceso, se recopilaron y analizaron los datos experimentales obtenidos de las pruebas realizadas, comparándolos con los resultados previstos por el modelo de simulación en Simulink. Finalmente, cuando los resultados experimentales y simulados difirieron, se ajustaron los parámetros del prototipo o del modelo en Simulink para lograr una mayor coincidencia, validando que el sistema cumpliera con las expectativas de rendimiento y que los parámetros pudieran ser controlados efectivamente en tiempo real.

5.3 Instrumentos de recolección de información.

5.3.1. Fuentes primarias.

Se obtuvo información de documentos oficiales, estudios realizados en la aplicación de circuitos RLC, integración con MATLAB y simulink, principalmente sitios web

5.3.2. Fuentes secundarias.

Se obtuvo información de documentos oficiales, estudios realizados en la aplicación de circuitos RLC, integración con MATLAB y simulink, principalmente sitios web

6. Resultados

La relación con el resultado de la conexión de Simulink con controladores embebidos (como Raspberry Pi, ESP32, Arduino, etc.) se refleja en el hecho de que la plataforma Arduino se emplea para la adquisición de datos y análisis del sistema, mientras que la simulación y la comparación con resultados teóricos se realiza utilizando Matlab y Simulink en cuanto a la representación de sistemas dinámicos y la simulación numérica.

Este enfoque en el sistema de adquisición de datos de bajo costo y un software de simulación puede ayudar en el aprendizaje de sistemas físicos complejos, y establece un sincronismo con el uso de plataformas embebidas para la integración de control, adquisición y sincronización de datos en aplicaciones prácticas y educativas, en este caso Arduino. De manera similar, en Simulink, la conexión con plataformas como Arduino o ESP32 se utiliza para modelar, simular y controlar sistemas embebidos, lo que facilita la sincronización de datos y la interacción con hardware físico en tiempo real.

MathWorks, introduce las posibilidades de programación y control de placas Arduino usando los entornos de MATLAB y Simulink. Explica cómo desde MATLAB se puede controlar Arduino en tiempo real directamente desde el computador, mientras que con Simulink se pueden crear modelos en bloques que luego se descargan y ejecutan de forma autónoma en el microcontrolador. También presenta las ventajas de usar estos entornos para prototipado rápido, control de sistemas físicos, y adquisición de datos. Es un recurso oficial y actualizado, ideal para quienes buscan integrar Arduino en proyectos técnicos o académicos a través de herramientas profesionales. (MathWorks , s.f.)

La página oficial del paquete de soporte de Simulink para hardware Arduino, alojado en MATLAB Central File Exchange, detalla las capacidades del paquete, como el uso de bloques para entrada y salida analógica, comunicación serial, PWM, entre otros. También se explica

cómo se puede trabajar en distintos modos: en tiempo real desde el computador, en modo externo con monitoreo en vivo, o generando código que se ejecuta directamente en el Arduino. Es una herramienta fundamental para integrar microcontroladores con Simulink y realizar pruebas, prototipos o sistemas embebidos de control. (MathWorks , 2024)

Gracias a la integración del paquete de soporte de Simulink para Arduino, fue posible establecer una conexión directa entre el entorno de simulación y el prototipo físico del sistema RLC. Esta conexión permitió controlar el circuito en tiempo real, además de registrar datos experimentales y observar la evolución de variables como voltaje y corriente. De este modo, se facilitó la validación práctica de los modelos matemáticos desarrollados, alineando el comportamiento simulado con el comportamiento físico medido. A partir de esta integración, se procedió a realizar el análisis del sistema RLC como un modelo dinámico de segundo orden, aplicando las fórmulas fundamentales para caracterizar su respuesta.

Para ello se utilizan las siguientes fórmulas para calcular los parámetros y analizar la respuesta del circuito:

- **Ecuación diferencial del circuito (Ley de Kirchhoff):**

Partiendo del circuito en serie RLC con una fuente de voltaje, se aplica la Ley de Kirchhoff:

$$e_i(t) = i(t)R + L \frac{di(t)}{dt} + i(t)R_{eq} + \frac{1}{C} \int i(t)dt$$

Ecuación 41. Ecuación diferencial del circuito RLC

- **Transformada de Laplace (para obtener la función de transferencia):**

$$G(s) = \frac{\frac{1}{Cs}}{R + Req + Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{1}{LCs^2 + C(R + Req)s + 1}$$

Ecuación 42. Transformada de Laplace circuito RLC

- **Forma canónica del sistema de segundo orden:**

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Ecuación 43. Función de transferencia de un sistema de segundo orden

Para el cálculo de la forma canónica del sistema se deben calcular los siguientes parámetros

- **Frecuencia natural no amortiguada**

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Ecuación 44. Frecuencia natural no amortiguada de un circuito RLC

- **Tasa de amortiguamiento**

$$\sigma = \zeta\omega_n = \frac{R + Req}{2L}$$

Ecuación 45: Tasa de amortiguamiento de un sistema RLC de segundo orden

- **Razón de amortiguamiento**

$$\zeta = \frac{R + Req}{2L} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Ecuación 46. Coeficiente de amortiguamiento de un circuito RLC de segundo orden

- **Tiempo pico estimado de la respuesta al escalón (para sistemas subamortiguados):**

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad \text{donde} \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Ecuación 47. Respuesta a una entrada tipo escalón de un sistema de segundo orden subamortiguado.

A partir de las ecuaciones previamente presentadas (Ecuaciones 33 a 39), se establece la base analítica que permite caracterizar el comportamiento dinámico del circuito RLC. La ecuación diferencial (Ecuación 33), formulada mediante la Ley de Kirchhoff, describe la relación entre la fuente de voltaje y las caídas de tensión en cada componente. Esta expresión, al ser transformada mediante la Transformada de Laplace (Ecuación 34), da lugar a la función de transferencia del sistema, la cual se ajusta a la forma canónica de un sistema de segundo orden (Ecuación 35).

A partir de esta función, se derivan parámetros fundamentales como la frecuencia natural no amortiguada, (Ecuación 36), el coeficiente de amortiguamiento, (Ecuaciones 37 y 38), y el tiempo pico de respuesta ante una entrada escalón (Ecuación 39). Estos parámetros son esenciales para evaluar la estabilidad, la rapidez de respuesta y el comportamiento transitorio del sistema.

En función de estas relaciones matemáticas, se calculan los valores característicos para diferentes combinaciones de componentes R, L y C, permitiendo identificar aquellas configuraciones que

cumplen con criterios técnicos de desempeño deseado, como un amortiguamiento adecuado, un tiempo pico dentro de las capacidades de muestreo del sistema de adquisición (Arduino), y un overshoot controlado.

De acuerdo con lo anterior se calculan los parámetros y se eligen las 5 mejores opciones de acuerdo con los siguientes criterios de exclusión:

- Un coeficiente de amortiguamiento ζ mayor a 0.4, ya que valores por debajo de este umbral generan un comportamiento altamente oscilatorio e inestable.
- Un tiempo pico menor a 0.015 s, ya que en este rango Arduino no alcanza a capturar adecuadamente la dinámica del sistema de acuerdo con el manual del fabricante
- Un sobre impulso (overshoot) menor al 30%, ya que este comportamiento indica una respuesta descontrolada e indeseable.

Teniendo en cuenta estas condiciones, se eligen 5 opciones que cumplen con estos parámetros que se pueden evidenciar en la tabla 3:

Tabla 3.

Valores óptimos para componentes del proyecto

R (Ω)	C (μ F)	L (H)	$\sqrt{C/L}$	ζ	L*C(H*F)	ω (rad/s)	$\sqrt{1-\zeta}$	ω_d (rad/s)	tp (s)	Overshoot (%)
33.0	679.0	1.0	0.026058	0.43	0.000679	38.38	0.9029	34.65	0.0907	22.4
47.0	509.0	1.215	0.020468	0.481	0.0006184	40.21	0.8767	35.25	0.0891	17.84
47.0	679.0	1.215	0.02364	0.5555	0.000825	34.82	0.8315	28.95	0.1085	12.26
47.0	509.0	1.5	0.018421	0.4329	0.0007635	36.19	0.9014	32.62	0.0963	22.12
47.0	679.0	1.5	0.021276	0.5	0.0010185	31.33	0.866	27.14	0.1158	16.3

Nota. Diseño propio

La tabla 3 presenta las combinaciones evaluadas de componentes eléctricos junto con los parámetros dinámicos calculados a partir del modelo teórico en un circuito RLC. En ella, R (Ω)

representa la resistencia del circuito en ohmios. C (μF) corresponde a la capacitancia medida en microfaradios, y L (H) a la inductancia expresada en henrios, ambos determinantes en el almacenamiento de energía eléctrica y magnética, respectivamente. La razón $\sqrt{C/L}$ permite simplificar el cálculo de la frecuencia natural del sistema. El coeficiente de amortiguamiento, ζ (zeta), es un valor adimensional que indica la velocidad con la que el sistema disipa energía, mientras que el producto $L \cdot C$ (H·F) es un parámetro importante en la determinación de dicha frecuencia. La frecuencia natural se expresa como ω (rad/s), y su ajuste por amortiguamiento se representa mediante $\sqrt{1-\zeta^2}$, resultando en la frecuencia amortiguada ω_d (rad/s). Finalmente, se incluyen el tiempo pico t_p (s), que señala el instante en que la respuesta alcanza su valor máximo, y el porcentaje de sobreimpulso (Overshoot %), que refleja cuánto excede la respuesta el valor final esperado, siendo ambos indicadores esenciales del comportamiento transitorio del sistema.

En la tabla 3 se evalúa el comportamiento transitorio ante variaciones en los parámetros de resistencia R , capacitancia C , e inductancia L . A partir de estos valores se calcularon diversas magnitudes relevantes para caracterizar la respuesta del sistema, tales como el coeficiente de amortiguamiento ζ , la frecuencia natural ω , la frecuencia amortiguada ω_d , el tiempo pico t_p y el porcentaje de sobre impulso o *overshoot*.

El coeficiente ζ permite clasificar el tipo de respuesta del sistema: en todos los casos analizados, ζ es menor que 1, lo que indica que se trata de sistemas subamortiguados, es decir, presentan oscilaciones antes de estabilizarse. La frecuencia natural sin amortiguamiento ω , calculada como $\omega=1/LC$, varía según los valores de inductancia y capacitancia seleccionados, mientras que la frecuencia amortiguada ω_d se determina con base en ω y ζ , considerando la atenuación debida a la resistencia.

Se observa que, al aumentar la inductancia o la capacitancia, la frecuencia natural disminuye, lo que conlleva un aumento en el tiempo pico de respuesta. Por ejemplo, en la primera

configuración ($R=33\Omega$, $C=679\mu\text{F}$, $L=1\text{H}$), se obtiene una frecuencia amortiguada de 34.65 rad/s y un tiempo pico de 0.0907 s, mientras que, en configuraciones con mayor inductancia, como $L=1.5\text{H}$, la frecuencia amortiguada desciende a 27.14 rad/s y el tiempo pico asciende a 0.1158 s. El porcentaje de sobre impulso, que representa cuánto sobrepasa la señal su valor final antes de estabilizarse, también se ve afectado por el valor de ζ . En general, a mayor amortiguamiento (mayor ζ), el sistema presenta un sobreimpulso menor. Esto se evidencia en la reducción del overshoot del 22.4 % en la primera configuración al 12.26 % en una configuración con mayor ζ y menor ω_d .

Estos resultados permiten identificar la influencia directa de los parámetros eléctricos sobre la dinámica del sistema, lo cual resulta fundamental para el diseño y control de circuitos que requieren estabilidad, rapidez de respuesta y bajo sobreimpulso en aplicaciones de electrónica de potencia, telecomunicaciones o automatización.

- Fila 1 – $R = 33 \Omega$, $C = 679 \mu\text{F}$, $L = 1 \text{ H}$:** Esta configuración presenta una baja resistencia con una alta capacitancia y una inductancia estándar. El factor de amortiguamiento $\zeta = 0.43$ indica un sistema subamortiguado, por lo tanto, hay oscilaciones, pero controladas. La frecuencia natural del sistema es 38.38 rad/s, y la frecuencia amortiguada cae a 34.65 rad/s, resultando en un tiempo pico de 0.0907 segundos. El sobre impulso es moderado (22.4%), adecuado para la mayoría de las aplicaciones que permiten cierta respuesta transitoria rápida. Es una buena opción si se desea mantener la estabilidad con rapidez aceptable. Esta configuración es adecuada si se desea rapidez, pero podría no ser ideal en aplicaciones sensibles a las oscilaciones o a las señales sobre impulsadas.

- **Fila 2 – $R = 47 \Omega$, $C = 509 \mu\text{F}$, $L = 1.215 \text{ H}$:** En esta fila, se aumenta la resistencia y la inductancia mientras se reduce un poco la capacitancia, lo cual mantiene el sistema estable con un factor de amortiguamiento de $\zeta = 0.481$. Esta combinación genera una frecuencia natural más alta (40.21 rad/s), pero con amortiguamiento suficiente para bajar el sobre impulso a 17.84%. El tiempo pico de 0.0891 s sigue siendo adecuado para lectura con Arduino. Este caso representa una mejora frente a la fila anterior en términos de menor sobreimpulso y respuesta más suave. Por otro lado, la inductancia mayor disminuye la frecuencia natural (por la relación inversa con \sqrt{LC}), lo que alarga ligeramente el tiempo pico, pero sin comprometer la estabilidad. Esta configuración presenta una buena compensación entre velocidad de respuesta ($t_p \approx 0.1085 \text{ s}$) y estabilidad (overshoot $\approx 12\%$). Este comportamiento es deseable cuando se busca evitar saturaciones o picos en el voltaje medido, y es perfectamente compatible con el muestreo digital de un Arduino, la cual es ideal para aplicaciones donde se requiere una señal limpia, sin picos excesivos, y una respuesta no demasiado lenta para garantizar el seguimiento adecuado del sistema por parte de dispositivos de lectura digitales.
- **Fila 3 – $R = 47 \Omega$, $C = 679 \mu\text{F}$, $L = 1.215 \text{ H}$:** Con estos valores se conserva la resistencia e inductancia de la fila 2, pero con una capacitancia mayor. El resultado es un aumento del amortiguamiento a $\zeta = 0.5555$, lo cual mejora aún más el control sobre las oscilaciones. La frecuencia natural disminuye a 34.82 rad/s, y la frecuencia amortiguada a 28.95 rad/s. El tiempo pico aumenta ligeramente a 0.1085 s, y el sobre impulso se reduce a un excelente 12.26%. Esta es una de las combinaciones más equilibradas: buena estabilidad, bajo sobre impulso y respuesta suficientemente lenta

para muestreo digital. Sin embargo, al no tener tanta capacidad para “amortiguar” los cambios de voltaje, las oscilaciones se intensifican, especialmente si no se aumenta suficientemente la resistencia para compensarlo. El resultado es una señal más rápida, pero con picos más pronunciados. Esto implica que, si la velocidad de respuesta es prioritaria y se puede tolerar cierto nivel de oscilación, esta configuración puede ser útil. Sin embargo, no es ideal si se busca precisión o si la señal es usada para control automático, donde los picos pueden inducir errores

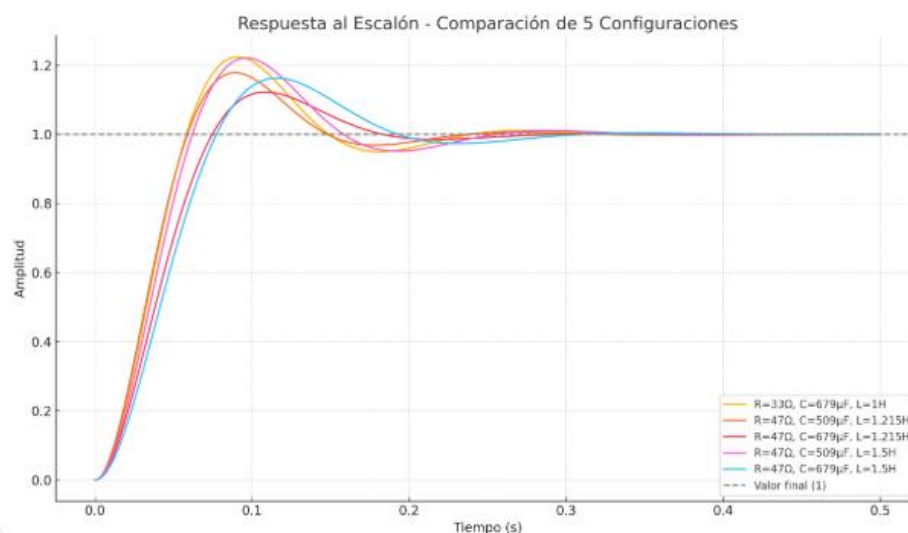
- **Fila 4 – $R = 47 \Omega$, $C = 509 \mu\text{F}$, $L = 1.5 \text{ H}$:** Aquí se mantiene la resistencia, pero se eleva la inductancia, lo que reduce la frecuencia natural a 36.19 rad/s y da lugar a una respuesta más lenta. El factor de amortiguamiento es de $\zeta = 0.4329$, y la frecuencia amortiguada resulta en 32.62 rad/s. El tiempo pico alcanza los 0.0963 segundos y el sobre impulso es 22.12%, lo que aún se encuentra dentro de los márgenes aceptables. Sin embargo, como la capacitancia sigue siendo baja, el sistema almacena menos energía en el capacitor, y esta se transfiere más bruscamente al inductor. Además, el amortiguamiento $\zeta = 0.4329$ no es lo suficientemente alto para controlar bien las oscilaciones, lo cual explica el elevado overshoot del 22.12%. Se obtiene una respuesta ligeramente más lenta que la fila 2, pero con sobre impulso comparable al de la fila 1, no ofrece grandes ventajas frente a otras configuraciones. Aunque la inductancia alta suaviza un poco la respuesta, la baja capacitancia limita su capacidad de atenuación.
- **Fila 5 – $R = 47 \Omega$, $C = 679 \mu\text{F}$, $L = 1.5 \text{ H}$:** Esta es la combinación con mayor capacitancia e inductancia de toda la tabla, manteniendo una resistencia media. El

factor de amortiguamiento ideal de $\zeta = 0.5$ brinda una excelente estabilidad. La frecuencia natural baja a 31.33 rad/s y la frecuencia amortiguada a 27.14 rad/s. El tiempo pico es de 0.1158 s, ideal para captura con Arduino, y el sobre impulso queda controlado en 16.3%. Este caso representa un modelo muy cercano al límite entre subamortiguado y críticamente amortiguado, lo que significa que el sistema alcanza su valor final sin apenas excederlo y sin generar muchas oscilaciones. Es ideal para sistemas donde se prioriza la estabilidad y suavidad por encima de la rapidez, su tiempo de respuesta es más lento, pero perfectamente válido para sensores con bajo ruido o muestreo digital pausado.

A partir de estas combinaciones se realiza la gráfica de respuesta ante un escalón unitario, obteniendo la siguiente gráfica:

Figura 24.

Respuesta a un escalón unitario de los componentes del proyecto



Nota. Fuente. Diseño propio

La gráfica muestra la respuesta al escalón de cinco configuraciones distintas de un sistema RLC serie, revelando cómo la variación en los valores de resistencia, inductancia y capacitancia afecta el comportamiento dinámico del sistema. Cada curva representa la evolución del voltaje en el tiempo tras una entrada repentina puesta en la entrada del sistema, lo cual permite visualizar aspectos como el tiempo pico (t_p), el sobre impulso (overshoot), la frecuencia de oscilación y la estabilidad del sistema.

En la curva color amarillo de la gráfica, correspondiente a $R = 33 \Omega$, $C = 679 \mu\text{F}$, $L = 1 \text{ H}$, se observa el mayor pico de sobreimpulso ($\sim 22.4\%$) y un tiempo pico más corto ($\sim 0.0907 \text{ s}$), lo que refleja un sistema más rápido, pero menos amortiguado. Este comportamiento se explica porque al tener una resistencia baja, la disipación de energía es limitada, y por lo tanto el sistema presenta mayor oscilación. Además, al mantener valores medios de inductancia y alta capacitancia, el circuito responde velozmente, pero con un pico inicial alto debido a la baja atenuación del intercambio de energía entre la bobina y el condensador.

Al aumentar la resistencia a 47Ω y ajustar los valores de capacitancia e inductancia, como en la curva color naranja de la gráfica de $R = 47 \Omega$, $C = 679 \mu\text{F}$, $L = 1.215 \text{ H}$, se obtiene una respuesta mucho más equilibrada: un overshoot bajo ($\sim 12.26\%$) y un tiempo pico más amplio ($\sim 0.1085 \text{ s}$), ideal para sistemas con muestreo digital como Arduino. Este comportamiento ocurre porque el amortiguamiento (ζ) aumenta, lo cual reduce significativamente las oscilaciones sin hacer que el sistema sea excesivamente lento. En términos prácticos, esta configuración ofrece una señal estable y con un perfil suave, lo que facilita su interpretación por sensores digitales y reduce errores asociados al ruido o a picos transitorios.

Las curvas color rosado de la gráfica, con inductancia de 1.5 H , con $R = 47 \Omega$, $C = 679 \mu\text{F}$, $L = 1.5 \text{ H}$, muestran las respuestas más lentas ($t_p \approx 0.1158 \text{ s}$), pero también más suaves y estables, con overshoot menor al 17% . Esto ocurre porque el incremento de la inductancia eleva el

producto $L \cdot C$, disminuyendo la frecuencia natural del sistema. A su vez, el coeficiente de amortiguamiento llega a un valor óptimo de $\zeta = 0.5$, que representa el punto en que el sistema tiene un comportamiento subamortiguado controlado, casi crítico, con mínima oscilación y buena estabilidad. Aunque la respuesta es más lenta, este tipo de señal es ideal cuando se requiere suavidad, como en aplicaciones donde se deben evitar saturaciones o fluctuaciones bruscas.

En contraste, configuraciones con menor capacitancia, como se representa en la línea de color rosado, donde $C = 509 \mu\text{F}$, muestran respuestas un poco más rápidas, pero con más oscilación. Esto se debe a que una menor capacitancia implica menor capacidad de almacenar energía eléctrica, lo cual permite al sistema reaccionar más velozmente, pero a costa de estabilidad. Como consecuencia, el overshoot tiende a aumentar si no hay un incremento paralelo en la resistencia que compense esta mayor velocidad con más amortiguamiento.

Estas diferencias entre curvas surgen de cómo la resistencia controla el amortiguamiento (ζ) y cómo los productos $L \cdot C$ determinan la frecuencia natural (ω) y la velocidad de la respuesta. En general:

- Un coeficiente de amortiguamiento ζ bajo (< 0.4) produce respuestas rápidas pero inestables, con alto sobre impulso.
- Un coeficiente de amortiguamiento ζ cercano a 0.5 representa un equilibrio entre velocidad y estabilidad.
- Un coeficiente de amortiguamiento ζ alto (> 0.6) puede hacer que la respuesta sea muy lenta, afectando la eficacia del sistema si se requiere seguimiento ágil.

En el contexto del proyecto, donde se busca leer el voltaje con Arduino y compararlo con un modelo digital en Simulink, es fundamental que la señal:

- No tenga picos excesivos (overshoot bajo).
- Sea suficientemente lenta como para permitir el muestreo digital ($t_p > 0.1 \text{ s}$).

- Sea estable y sin oscilaciones residuales prolongadas.

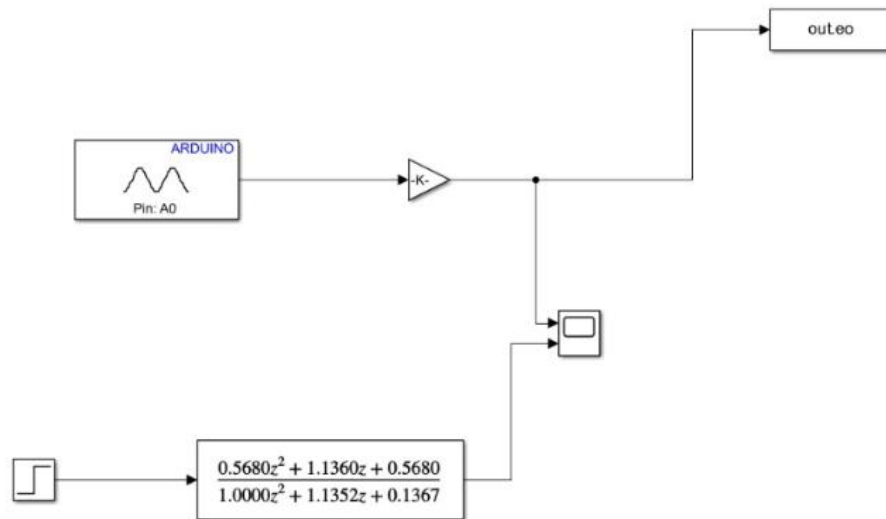
Tras analizar las respuestas al escalón, se identificaron dos configuraciones del circuito RLC que resultan particularmente recomendables en función de sus características dinámicas. La primera, conformada por $R = 47 \Omega$, $C = 679 \mu\text{F}$ y $L = 1.215 \text{ H}$, ofrece un equilibrio ideal entre rapidez y estabilidad. Esta configuración presenta un tiempo pico moderado y un sobreimpulso controlado, lo cual la hace adecuada para aplicaciones educativas donde se busca observar tanto el comportamiento transitorio como la estabilización del sistema sin comprometer la seguridad del mismo. La segunda configuración, $R = 47 \Omega$, $C = 679 \mu\text{F}$ y $L = 1.5 \text{ H}$, proporciona una respuesta más lenta, pero con un mayor grado de amortiguamiento, lo que se traduce en una máxima estabilidad sin presencia de sobreimpulso. Esta alternativa es especialmente útil en casos donde se prioriza la precisión y se requiere evitar oscilaciones, como en procesos sensibles o en sistemas de control donde cualquier exceso en la respuesta pueda resultar crítico.

Una vez definidas las configuraciones adecuadas del circuito RLC con base en el análisis de la respuesta al escalón, se procedió a implementar un modelo de adquisición de datos en Simulink que permitiera capturar y visualizar las variables eléctricas del sistema en tiempo real. Este modelo facilita la conexión entre el prototipo físico y el entorno de simulación, empleando un bloque de lectura desde Arduino para obtener la señal del circuito, la cual es procesada mediante una función de transferencia discreta que simula el comportamiento dinámico identificado. La Figura 29 muestra el esquema del modelo de lectura de variables utilizado para validar experimentalmente las configuraciones seleccionadas.

6.1 Modelo de lectura de señal

Figura 25.

Modelo de lectura de variables del circuito RLC en simulink



Nota. Fuente: Propia.

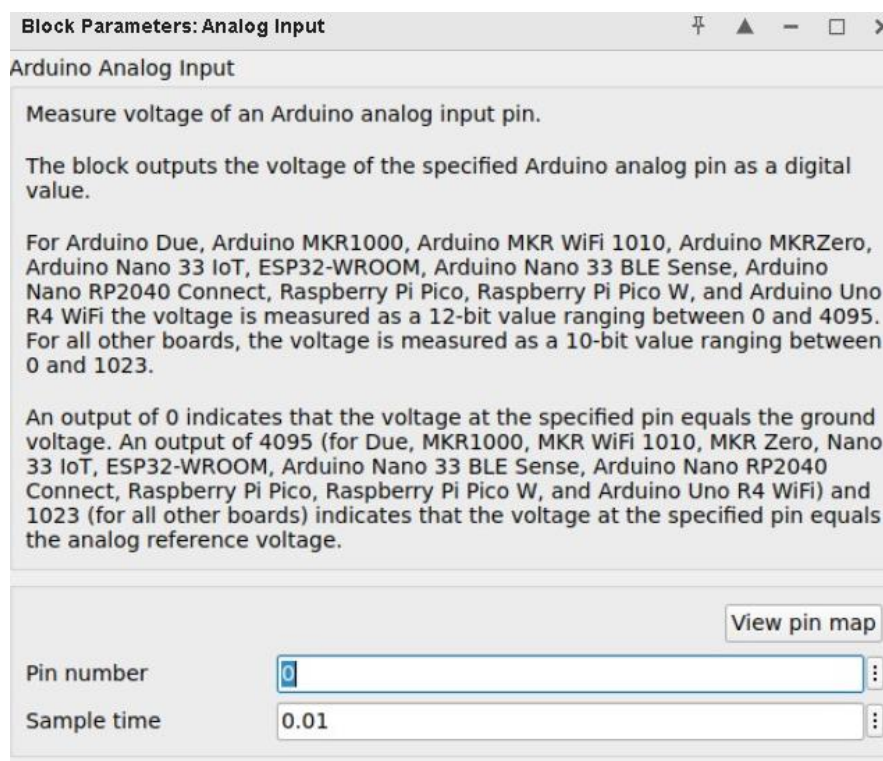
El modelo de la figura 25 se utiliza principalmente para realizar la lectura del voltaje de salida del circuito, en este caso se lee el voltaje del capacitor. Los bloques que se utilizaron son los siguientes:

El bloque Arduino Analog Read se configura para leer el pin analógico A0 del Arduino, al cual se conecta la salida del circuito RLC. Este bloque no entrega el voltaje real directamente, sino un valor entero que varía entre 0 y 1023, correspondiente a la resolución de 10 bits del conversor analógico-digital (ADC) integrado en el microcontrolador. Este rango representa un voltaje de entrada de 0 a 5 V, por lo que es necesario realizar un proceso de conversión para transformar el valor leído en el voltaje real equivalente.

Para ello, se aplica un factor de escala que convierte el valor entero leído en un voltaje analógico.

Este proceso se implementa dentro del entorno Simulink mediante un bloque matemático que multiplica el valor leído por el factor de escala correspondiente. De esta forma, se obtiene una representación precisa del voltaje analógico medido, permitiendo su posterior análisis y comparación con la simulación teórica del sistema RLC.

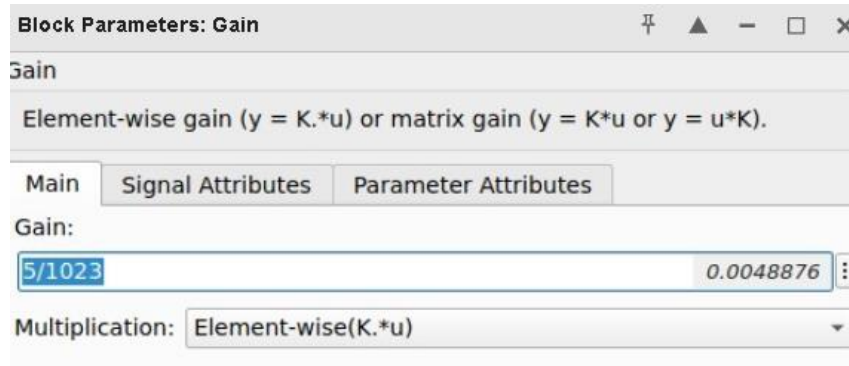
Figura 26.
Programación del bloque Analog Input



Nota. Fuente: Diseño propio

Para convertir este valor entero en un voltaje real, se emplea un bloque de ganancia que multiplica por $5/1023$. Este bloque realiza la conversión lineal del dato leído por el Arduino en una señal en voltios, permitiendo así una interpretación física precisa de la medición.

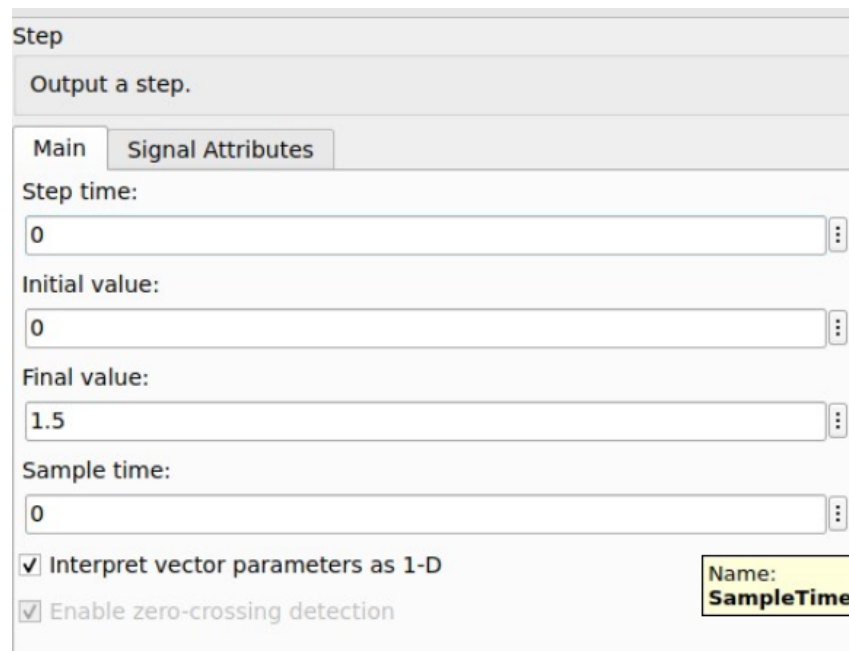
Figura 27.
Programación del bloque Gain.



Nota. Fuente: Diseño propio

Paralelamente, en la parte inferior del modelo, se encuentra un generador de señal escalón (step), que actúa como entrada de prueba para el sistema teórico, se configura en valor 1.5, ya que es un valor similar al voltaje de entrada.

Figura 28.
Programación del bloque Gain



Nota. Fuente: Diseño propio

Esta entrada es procesada por un bloque que representa una función de transferencia discreta (ver ecuación 48), formulada en términos de z , la variable compleja utilizada en la transformada Z . Esta representación permite describir el comportamiento dinámico del sistema en el dominio discreto, donde los términos en z indican los efectos de avances o retardos entre muestras sucesivas. De este modo, se modela cómo la señal evoluciona en el tiempo a través de un sistema lineal y discreto, definida como:

$$\frac{0.5680z^2 + 1.1360z + 0.5680}{z^2 + 1.1352z + 0.1367}$$

Ecuación 48. Función de transferencia discreta

Este bloque es un modelo digital de segundo orden que simula cómo debería responder el sistema idealmente frente a un escalón. En otras palabras, reproduce la respuesta esperada del sistema bajo condiciones ideales y parámetros nominales, de acuerdo con los valores de amortiguamiento y frecuencia definidos por esa función de transferencia.

Figura 29.
Programación del bloque Discrete transfer Fcn

Discrete Transfer Fcn

Implement a z-transform transfer function. Specify the numerator and denominator coefficients in descending powers of z . The order of the denominator must be greater than or equal to the order of the numerator.

Main | Data Types | State Attributes

Data

	Source	Value
Numerator:	Dialog	[0.5680 1.1360 0.5680]
Denominator:	Dialog	[1.0000 1.1352 0.1367]
Initial states:	Dialog	0.01

External reset: None

Input processing: Elements as channels (sample based)

Optimize by skipping divide by leading denominator coefficient (a0)

View Filter Response

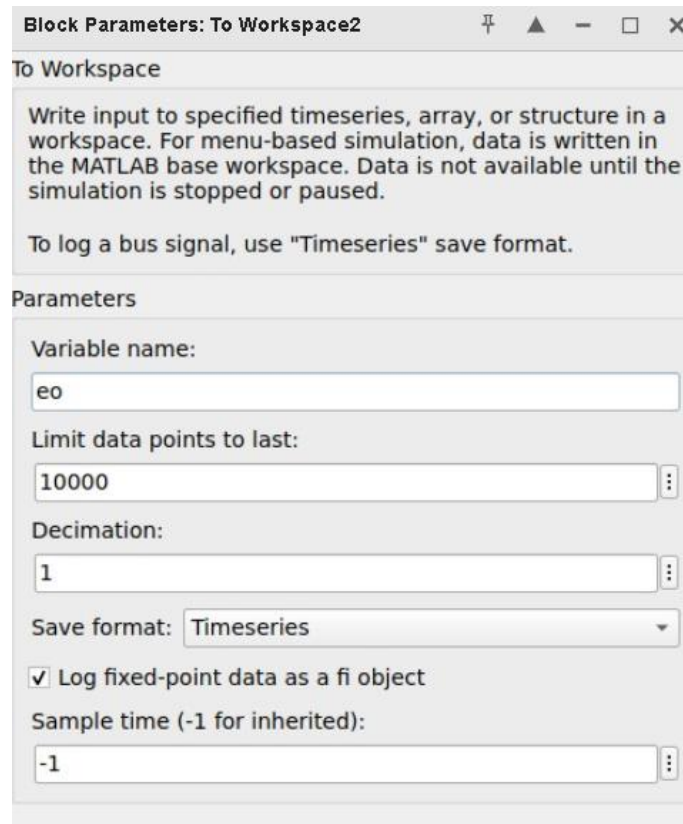
Fuente: Diseño propio

Se utilizó una función discretizada en este modelo porque todo el procesamiento y adquisición de datos se realiza en un sistema digital y muestreado, como lo es una placa Arduino conectada a Simulink. A diferencia de los sistemas continuos, que se describen con funciones en el dominio de Laplace, los sistemas digitales trabajan en intervalos de tiempo discretos, lo que exige representar la dinámica del sistema en el dominio Z. Esta conversión se hace mediante un proceso de discretización, que toma en cuenta el tiempo de muestreo. La función discreta resultante modela la misma dinámica que el sistema continuo, pero adaptada a un contexto donde las señales no son continuas, sino que se leen, procesan y actualizan a intervalos regulares. Esto permite simular de manera realista cómo respondería el sistema bajo control o simulación digital, y facilita la comparación con los datos reales adquiridos por el Arduino. En resumen, la función discretizada se utiliza porque la simulación y la adquisición de datos se realizan en un sistema digital, y por tanto es necesario que el modelo teórico también se exprese en términos compatibles con ese entorno.

Ambas señales, se visualizan en un bloque llamado scope, que permite ver la respuesta de las señales de la función discretizada y la leída por Arduino

El bloque eo guarda la señal de salida del bloque Gain que representa el voltaje leído del circuito y permite la comunicación entre Simulink y el código de Matlab, guardando los datos en como un objeto de serie de tiempo.

Figura 30.
Programación del bloque To Workspace(eo)



Fuente: Diseño propio

Para configurar el bloque To Workspace en Simulink, primero se debe ubicar este bloque dentro de la biblioteca de Simulink en la categoría Sinks. Una vez agregado al modelo, se hace doble clic sobre él para acceder a sus parámetros. En el campo Variable name, se debe escribir el nombre que se asignará a la variable que almacenará los datos en el espacio de trabajo de MATLAB. En este caso, se utiliza el nombre eo, el cual permitirá acceder posteriormente a los datos mediante eo. Time y eo. Data. Esto es especialmente útil cuando se desea comparar la señal medida con un modelo teórico en MATLAB.

A continuación, en el campo Limit data points to last, se puede definir un número máximo de muestras a almacenar. En el ejemplo mostrado, se ha definido un límite de 10,000 muestras, lo cual es adecuado para simulaciones con tiempos de muestreo pequeños como 0.01 segundos, ya que permite guardar datos hasta por 100 segundos sin truncarlos. El campo Decimation está

configurado con el valor 1, lo que indica que se guardará cada muestra obtenida durante la simulación. Si se quisiera reducir la cantidad de datos almacenados, este valor se podría aumentar, pero en este caso se conserva en 1 para mantener la resolución completa de la señal.

En el apartado Save format, se selecciona la opción Timeseries, lo cual permite guardar la señal de manera estructurada, asociando cada valor de la señal a un tiempo correspondiente. Este formato es ideal para análisis posteriores, ya que facilita graficar y trabajar con los datos de manera temporal. Adicionalmente, se deja activada la opción Log fixed-point data as a fi object, la cual permite registrar datos en punto fijo cuando se está trabajando con señales digitalizadas, como en el caso de las lecturas desde Arduino. Finalmente, en el campo Sample time, se deja el valor -1, lo que significa que el bloque heredará automáticamente el tiempo de muestreo desde el bloque anterior en el modelo. Esto es útil cuando se ha definido previamente una variable global para el tiempo de muestreo, como $T_s = 0.01$, asegurando que todo el modelo se ejecute con una misma frecuencia de adquisición.

Una vez completada esta configuración, el bloque To Workspace estará listo para registrar los datos de la simulación en MATLAB bajo el nombre de variable definido, permitiendo así su posterior análisis y comparación con otros modelos o señales experimentales.

La librería IO se utilizó porque permite que Simulink se comunique directamente con una placa Arduino en tiempo real, facilitando la adquisición de datos desde sensores o circuitos físicos, así como el envío de señales de control desde el modelo hacia el hardware. Esta librería contiene bloques preconfigurados para tareas comunes como lectura analógica y digital, salida PWM, control de pines, comunicación serie, entre otros. Esto es especialmente útil para experimentos educativos, pruebas rápidas de sistemas de control, identificación de sistemas y validación de modelos, ya que permite visualizar el comportamiento del sistema físico en tiempo

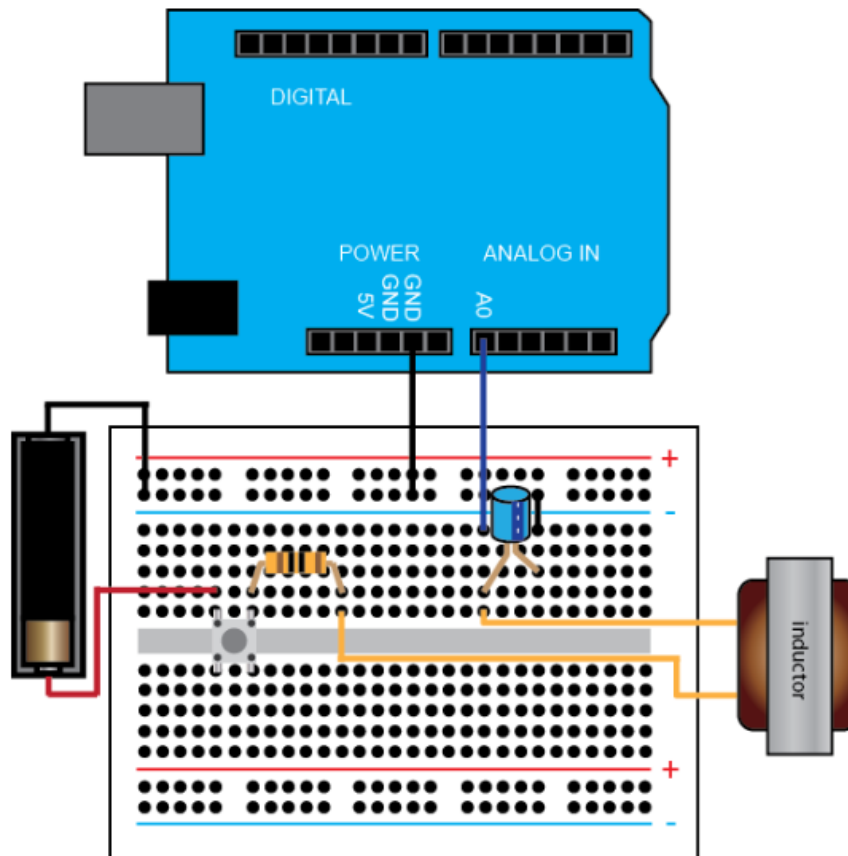
real, ajustar parámetros en el entorno gráfico de Simulink, y realizar comparaciones con modelos teóricos.

Una vez implementado y verificado el modelo de lectura de señales en Simulink, y tras analizar el comportamiento de distintas configuraciones del circuito RLC, se establecieron las condiciones óptimas para replicar el sistema en un entorno físico experimental. La integración entre Simulink y Arduino, permitió realizar pruebas de adquisición en tiempo real, lo que validó el comportamiento simulado, y permitió dar viabilidad para llevar el sistema a una plataforma experimental. Con estos fundamentos, se procedió al desarrollo de un prototipo físico que materializara el modelo simulado, orientado a ofrecer una herramienta educativa portátil, interactiva y alineada con los objetivos de aprendizaje del Departamento de Eléctrica. A continuación, se describe el proceso de construcción del prototipo.

6.2 . Construcción del prototipo

La construcción del prototipo se centró en la implementación de un sistema portátil en formato maletín, diseñado para albergar todos los componentes necesarios para la experimentación con circuitos RLC, priorizando la ergonomía, portabilidad y facilidad de uso en entornos educativos. Este maletín se diseñó con el propósito de facilitar la interacción entre el sistema físico y los modelos simulados en Simulink, ofreciendo una plataforma integral de aprendizaje teórico-práctico. A continuación, se detalla el diagrama del circuito.

Figura 31. Diagrama de conexión del prototipo.
Diagrama de conexión del prototipo.



Nota. Fuente: Diseño propio

La figura 31 muestra el diagrama de conexión del prototipo físico del circuito RLC, implementado sobre una protoboard y vinculado a una placa Arduino UNO para adquisición de datos. El circuito está compuesto por una resistencia, un capacitor y un inductor conectados en serie, conformando una topología básica de circuito RLC.

La salida del circuito está conectada al pin analógico A0 del Arduino, desde donde se realiza la lectura del voltaje de salida. Esta lectura es posteriormente procesada en Simulink mediante el bloque Analog Read, lo que permite visualizar la evolución de la señal en tiempo real. La alimentación del circuito se realiza mediante una fuente de corriente continua, mientras que la

conexión a tierra (GND) del Arduino se comparte con el negativo de la protoboard para garantizar una referencia común.

La estructura del maletín fue fabricada con materiales livianos pero resistentes, como aluminio, e incluye una base plástica para el montaje ordenado de los elementos eléctricos. La disposición de los componentes permite a los estudiantes realizar conexiones seguras mediante conectores tipo banana, ajustar parámetros del circuito en tiempo real y visualizar datos directamente en una pantalla HDMI, sin necesidad de equipos adicionales.

Figura 32.
Maletín prototipo



Nota. Fuente: Diseño propio.

A continuación, se presenta la tabla 4 que resume los componentes seleccionados para la implementación del prototipo experimental del sistema RLC. Cada elemento fue elegido en función de su operatividad, compatibilidad con el entorno de simulación MATLAB/Simulink, y su aplicabilidad en contextos educativos. Además de la función que cumple cada componente

dentro del sistema, se justifica su inclusión desde una perspectiva técnica y se detallan las características importantes que respaldan su uso en el diseño del prototipo.

Tabla 4.

Materiales utilizados en la construcción del maletín interactivo RLC

Componente	Función	Justificación técnica	Características técnicas relevantes
PC Box con salida HDMI	Ejecuta MATLAB/Simulink	Procesamiento eficiente de simulaciones y comunicación con microcontrolador	Procesador Intel, mínimo 4 GB RAM, salida HDMI
Display HDMI	Visualización de simulaciones	Permite monitorear en tiempo real el comportamiento del sistema	Resolución mínima 1366x768, entrada HDMI
Módulo STM32F302 (x2)	Microcontrolador alternativo	Mayor capacidad de procesamiento y precisión en adquisición	72 MHz, ADC de 12 bits, interfaz USB y GPIO
Maletín de aluminio Redline	Contenedor y protección	Transporte y organización segura del prototipo	46×33×16 cm ³ , resistente al impacto
Conector 250V/AC, 15A con suiche	Entrada de alimentación segura	Control de encendido desde el panel frontal con seguridad eléctrica	250 V / 15 A, montaje en panel
Cable de poder redondo (1.5 m)	Conexión a la red eléctrica	Longitud adecuada para conexión en laboratorio	Aislamiento PVC, enchufe estándar, 125–250 Vac, corriente 10 A, temperatura de operación - 10 °C a 60 °C.

Transformador TR506 (x3)	Conversión de voltaje	Reducción de tensión alterna para módulos internos	Entrada 120 V / Salida 12 V AC, 500 mA
Tablero de plástico base	Montaje interno de componentes	Organización segura de los módulos electrónicos	Plástico perforado, compatible con montaje modular
Tablero plástico para display	Soporte del monitor frontal	Instalación visible y accesible del monitor en el panel	Acrílico o policarbonato
Cable USB macho-micro	Comunicación Arduino-PC	Transmisión de datos y programación del microcontrolador	5V, USB 2.0 estándar
Fuente 5V / 3A	Alimentación de bajo voltaje	Suministro estable para módulos electrónicos	Salida 5V, 3 A (15 W)
Módulo DC-DC 12V/5V (x3)	Regulación de voltaje	Conversión eficiente de voltaje para componentes de 5V	Buck converter, eficiencia >85%
Placa Arduino Nano	Adquisición de señales y control	Compatibilidad con Simulink y entorno educativo	ATmega328P, 16 MHz, 10 bits ADC
Base para Arduino Nano	Fijación de la placa	Evita desplazamientos y daños físicos en la placa	Plástico ABS con terminales metálicos
Fusibles de vidrio 2A / 250V (x2)	Protección eléctrica	Evita daños por sobrecorriente o cortocircuito	5x20 mm, 2A, 250V
Calcomanías plásticas (x2)	Señalización y seguridad	Rotulación clara de puertos y advertencias de uso	PVC adhesivo, resistente a desgaste

Conectores tipo banana hembra 4 mm	Interconexión con instrumentos externos	Conexión segura con multímetros u otros instrumentos	Aislados, estándar de laboratorio, 4 mm
------------------------------------	---	--	---

Nota. Diseño propio.

La selección de los componentes para el desarrollo del proyecto se realizó con base en criterios de funcionalidad, integración didáctica, seguridad eléctrica y portabilidad, con el objetivo de construir una plataforma educativa capaz de simular y analizar en tiempo real el comportamiento de un circuito RLC. El computador tipo PC Box con salida HDMI ejecuta el entorno MATLAB/Simulink, donde se modela la respuesta teórica del sistema y se integra con la lectura experimental. A través del display HDMI y su soporte, el usuario puede visualizar los resultados de forma clara y continua durante el proceso. Para la adquisición de datos, se emplea una placa Arduino Nano, cuya función principal es realizar la lectura del voltaje de salida del circuito (especialmente en el capacitor), enviando esta información a Simulink mediante comunicación USB para ser comparada con el modelo simulado. El uso del Arduino como lector de señal permite una conexión directa con el entorno digital, facilitando el análisis de la respuesta transitoria del sistema físico.

A partir de esta selección, se procedió con la integración de los elementos en un prototipo físico que consolida todas las funciones del sistema. Esta etapa contempló la disposición estructural y funcional de los componentes, garantizando la operatividad del sistema en condiciones reales de trabajo. La siguiente imagen muestra el prototipo físico del sistema portátil desarrollado para el análisis del circuito RLC en tiempo real. En ella se observa la estructura tipo maletín que integra todos los componentes, una pantalla conectada por HDMI a un PC Box (ubicado en la parte posterior del montaje), utilizada para ejecutar MATLAB/Simulink y mostrar simultáneamente los resultados de simulación y adquisición de datos. En la parte central, sobre la

plataforma impresa en 3D, se encuentra la placa Arduino Nano, encargada de leer el voltaje del circuito y enviar la información en tiempo real al entorno de simulación mediante conexión USB.

Figura 33.
Integración del sistema



Nota. Fuente: Diseño propio.

El sistema se complementa con un módulo STM32F302 como microcontrolador alternativo, que ofrece mayor capacidad de procesamiento para futuras ampliaciones. La alimentación del sistema está asegurada mediante un conector de 120 -240V/AC con suich, transformadores TR506, una fuente de 5V/3A y módulos reguladores DC-DC 12V/5V, los cuales proporcionan voltajes adecuados para cada componente. Además, se incluyen fusibles de vidrio para protección contra sobrecorrientes. Estructuralmente, se optó por un maletín de aluminio Redline que brinda portabilidad, resistencia y organización, acompañado de una base plástica interna para el montaje

ordenado de los elementos. Para facilitar la conexión de instrumentos de medición externos y garantizar una experiencia segura y didáctica, se incorporan conectores tipo banana hembra de 4 mm y calcomanías plásticas para identificación visual y advertencias. Todos estos elementos se integran para conformar una plataforma compacta, segura y eficiente que permite validar, en tiempo real, la dinámica de sistemas eléctricos desde la perspectiva práctica y teórica, haciendo énfasis en la medición, análisis y comparación digital de señales reales frente a modelos simulados.

La siguiente imagen presenta la vista general del sistema completo una vez ensamblado, evidenciando la integración física del sistema, Se puede observar la organización funcional de los módulos de adquisición, procesamiento y visualización, así como la distribución ergonómica dentro del maletín, lo que permite su fácil operación durante las sesiones experimentales.

Figura 34.
Diseño final del prototipo.



Nota. Fuente: Diseño propio.

Con la integración final de los componentes en el maletín y la validación de su operatividad, se da por concluida la fase de construcción del prototipo. El diseño logrado permite observar en

tiempo real la dinámica de un sistema RLC, y además proporciona una herramienta pedagógica de uso intuitivo, segura y fácilmente transportable para el estudio práctico de estos sistemas. La disposición organizada de cada módulo dentro del maletín asegura un acceso cómodo para el usuario, facilitando tanto la interacción con los elementos físicos como la comparación directa entre la simulación realizada en Simulink y la señal adquirida experimentalmente. Consolidado el funcionamiento del montaje, se da paso a la verificación del modelo de simulación, en la cual se evalúa la precisión del modelo teórico frente a la señal real bajo distintas configuraciones del circuito.

6.3 Verificación del modelo.

Una vez implementado el modelo del circuito RLC en Simulink y construido el prototipo físico, se procedió a realizar una serie de simulaciones destinadas a verificar la precisión del modelo frente al comportamiento real del sistema. Esta fase del proyecto tuvo como propósito evaluar qué tan fielmente el modelo matemático representa la dinámica del circuito, especialmente ante variaciones en los parámetros eléctricos como resistencia, inductancia y capacitancia.

Para esto se utiliza Simulink con el paquete IO de MathWorks para adquirir y graficar en tiempo real el voltaje de salida de un circuito RLC conectado a Arduino.

El modelo utiliza el pin analógico A0 para leer datos, y se configura un tiempo de muestreo de 10 ms (0.01 s) (Universidad de Michigan, s.f.) para asegurar una captura precisa de la respuesta transitoria al escalón.

Este tiempo de muestreo es crítico para reconstruir con fidelidad la dinámica del sistema y debe definirse previamente en MATLAB con $T_s = 0.01$.

En el entorno de simulación Simulink, es necesario definir un tiempo de muestreo que determine cada cuánto se actualizan los cálculos y las lecturas de los sensores durante la ejecución en tiempo real. Este tiempo de muestreo, representado como T_s , debe ser común y consistente para todos los bloques que participan en la lectura, procesamiento y visualización de datos, con el fin de mantener la sincronización y evitar desfasajes entre las señales adquiridas y las simuladas.

Cuando el sistema se conecta a un Arduino, la señal que se lee desde las entradas analógicas, no se recibe directamente como un valor de voltaje en volts (V), sino como un valor digital entero que va de 0 a 1023, debido a que el conversor analógico-digital (ADC) del Arduino tiene una resolución de 10 bits. Esto significa que el rango de voltaje que el Arduino puede leer (comúnmente de 0 a 5 V) se divide en 1024 niveles discretos (de 0 a 1023).

Para convertir estos valores digitales en valores reales de voltaje, se utiliza un bloque Gain en Simulink, que multiplica el valor leído por el factor de conversión $5/1023$. Este factor proviene de la relación:

$$\text{Voltaje real} = \frac{\text{Valor digital} \times 5V}{1023}$$

Ecuación 49. Fórmula para el factor de conversión del bloque gain

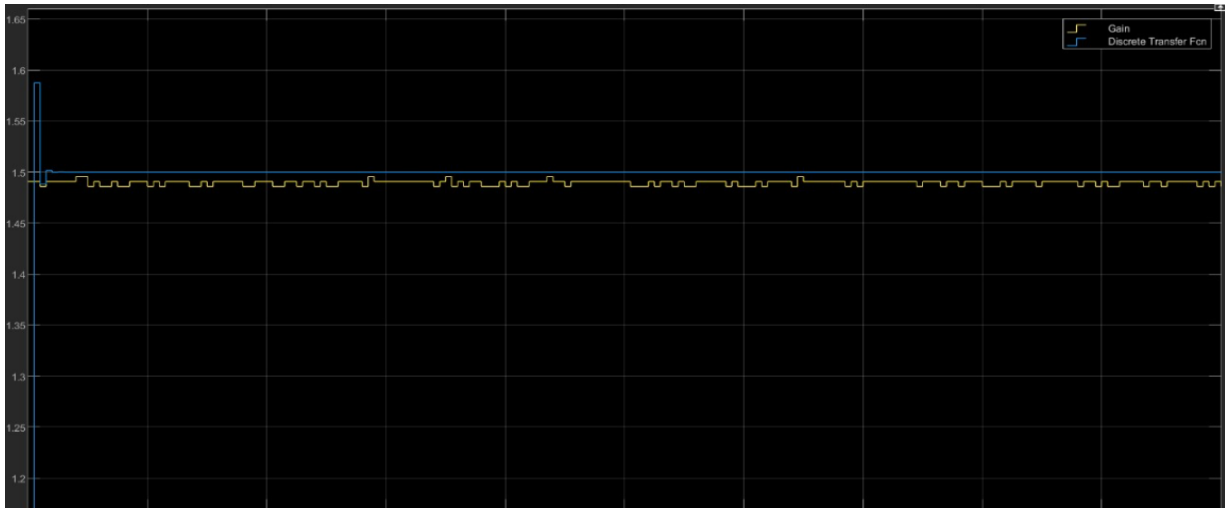
De esta manera, un valor digital de 0 corresponde a 0 V, un valor digital de 1023 corresponde a 5 V, y cualquier valor intermedio se convierte proporcionalmente. Esta conversión es esencial para que las mediciones sean interpretadas correctamente en unidades físicas reales y puedan ser comparadas con los resultados de la simulación matemática.

Para la comparación del modelo en simulink se utiliza una función de transferencia discretizada porque tanto el hardware como las herramientas de simulación trabajan en tiempo

discreto. En el caso de Arduino, este dispositivo toma lecturas y ejecuta instrucciones a intervalos fijos de tiempo, es decir, de forma secuencial y no continua.

Figura 35.

Gráfica del bloque Scope entre señal medida y función discretizada.



Nota. Fuente: Diseño propio.

La gráfica muestra la comparación entre la señal obtenida a partir del modelo teórico del sistema RLC, implementado mediante una función de transferencia discretizada en Simulink (línea azul), y la señal real adquirida desde el circuito físico a través del módulo Arduino (línea amarilla), la cual representa el voltaje medido en el capacitor, esta respuesta se obtiene del bloque de simulink Scope. Al inicio de la respuesta, se puede observar un leve pico en la señal modelada, característico de la respuesta inmediata a un escalón unitario en sistemas subamortiguados. En contraste, la señal medida presenta una respuesta más atenuada y ligeramente ruidosa, evidenciando los efectos de las condiciones reales como el ruido eléctrico, la tolerancia de los componentes pasivos, el retardo en la conversión analógica-digital y la limitación en resolución del ADC del Arduino, que entrega valores discretos en lugar de continuos. A medida que ambas señales evolucionan, tienden a estabilizarse alrededor del mismo

valor, aproximadamente 1.5 V, lo cual indica una alta correspondencia entre el comportamiento simulado y el real. Sin embargo, la señal real mantiene pequeñas fluctuaciones que no están presentes en el modelo teórico, lo cual es completamente normal y esperado al trabajar con sistemas físicos.

Luego de realizar el modelo de lectura en Simulink y correr el código de bloques, se utiliza en MATLAB el siguiente código con las características de cada elemento del circuito para hacer la comparación de la señal medida con el modelo teórico:

Figura 36.

Código de MATLAB para la comparación del modelo experimental con el teórico.

```
% --- Definición del sistema ---
s = tf('s');

% Parámetros reales del circuito
R = 380;
Req = 40;           % ESR del inductor, asumido cero
L = 1.59e-3;       % Inductancia (H)
C = 10e-6;         % Capacitancia (F)
ei = 1.5;          % Voltaje del escalón

% Función de transferencia del sistema
G = 1 / (C*L*s^2 + C*(R+Req)*s + 1);

% Simulación del paso
[y,t] = step(G*ei,1.5);

% --- Verifica que eo tiene datos ---
if isempty(eo.Time) || isempty(eo.Data)
    error('La variable eo está vacía o no contiene datos válidos.');
```

```
end

% --- Graficar ---
figure;

% Simulación
h1 = plot(t, y, 'b', 'LineWidth', 1.5);
hold on;

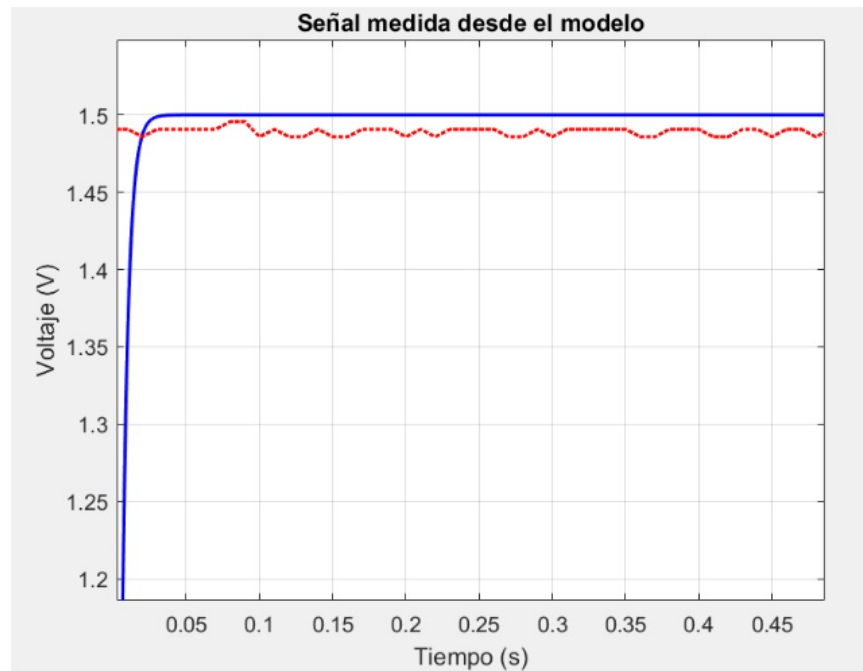
% Señal real desde Arduino (timeseries)
h2 = plot(eo.Time, squeeze(eo.Data), 'r', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Voltaje (V)');
title('Señal medida desde el modelo');
grid on
```

Nota. Fuente: Diseño propio.

Este código en MATLAB tiene como objetivo verificar el comportamiento dinámico del sistema RLC serie modelado matemáticamente, y compararlo con la señal real adquirida desde un

circuito físico mediante el modelo utilizado para la lectura de voltaje y utilizando Arduino. Para ello, en primer lugar, se define la variable simbólica s utilizando la función $tf('s')$, que permite trabajar con funciones de transferencia en el dominio de Laplace. A continuación, se asignan los valores reales de los componentes del circuito: resistencia total del sistema (R), resistencia interna del inductor o ESR (R_{eq}), inductancia (L), capacitancia (C) y la amplitud del voltaje de entrada en forma de escalón ($e_i = 1.5\text{ V}$). Con estos parámetros se construye la función de transferencia del sistema $G(s)$, utilizando la fórmula general de un circuito RLC serie, teniendo en cuenta tanto la resistencia externa como la interna del inductor, lo que permite una modelación más precisa y cercana al comportamiento físico del sistema. Posteriormente, se simula la respuesta al escalón del sistema con la función $step(G * e_i, 1.5)$, lo que genera dos vectores: uno de tiempo (t) y otro de respuesta (y), durante un intervalo de 1.5 segundos, este tiempo se puede modificar si se quiere ver el comportamiento del sistema durante más tiempo. Antes de graficar los resultados, el código incluye una validación de seguridad que verifica si la variable eo (que contiene la señal medida desde el Arduino,) tiene datos válidos; si no es así, se lanza un mensaje de error. En la etapa de graficación, se crea una nueva figura y se representa la señal simulada en color azul definido para mejor visualización. Luego se añade la señal medida experimentalmente, graficada en color rojo punteado, aplicando la función `squeeze` para asegurar que los datos se encuentren en el formato correcto. Finalmente, se agregan etiquetas a los ejes, un título explicativo y una grilla que facilita la lectura visual. con esto se logra ver la salida esperada del sistema modelado con la respuesta real del circuito físico.

Figura 37.
Grafica de respuesta a un escalón con el modelo experimental



Nota. Fuente: Diseño propio.

La gráfica muestra la comparación entre la respuesta simulada y la señal real del sistema RLC ante una entrada tipo escalón de 1.5 V, permitiendo evaluar la precisión del modelo frente al comportamiento físico observado. La línea azul representa la respuesta teórica obtenida a partir de una función de transferencia continua, que describe un sistema RLC bajo condiciones ideales: sin ruido, sin pérdidas adicionales y con componentes perfectamente lineales. Esta curva muestra una respuesta rápida, con una transición suave desde 0 V hasta un valor cercano a 1.5 V en aproximadamente 0.05 segundos, y sin oscilaciones notables, lo cual es característico de un sistema subamortiguado.

La línea roja punteada representa la señal medida directamente desde el circuito físico. Se observa que también se aproxima a los 1.5 V, pero con pequeñas oscilaciones persistentes alrededor de ese valor. Estas oscilaciones son pequeñas variaciones de aproximadamente ± 0.02 V

respecto al nivel final. Además, la señal no llega exactamente al mismo valor final que la simulación: se mantiene ligeramente por debajo, estabilizándose en torno a 1.48 V. También, se observa un sobre impulso ligeramente, lo cual indica que el coeficiente de amortiguamiento real es más bajo que el estimado, esta diferencia en el valor en estado estacionario puede atribuirse a pérdidas internas en los componentes reales, a una fuente de alimentación cuya tensión no coincide exactamente con la del modelo, o incluso a una forma de escalón no ideal en la entrada física aplicada, en contraste con la entrada perfectamente definida en la simulación. Además, las pequeñas oscilaciones residuales que se aprecian en la señal experimental pueden deberse a ruido eléctrico, o a variaciones no modeladas en parámetros reales, como resistencias internas de la inductancia o la capacitancia.

También se evidencian pequeñas oscilaciones residuales en la señal medida, que pueden atribuirse a ruido de medición, efectos de cuantización del ADC del Arduino, o a variaciones en los parámetros reales de los componentes del circuito, como resistencias internas no consideradas. En conjunto, estos factores explican la ligera diferencia entre la simulación y el comportamiento observado del sistema real.

Para cuantificar esta diferencia entre el modelo simulado y los datos experimentales, se procedió al cálculo de métricas de error que permiten evaluar el grado de ajuste entre ambas respuestas.

6.4 Métricas de error

Para evaluar la precisión del modelo matemático del sistema RLC frente al comportamiento físico medido experimentalmente, se aplicaron métricas de error comúnmente utilizadas en la validación de señales dinámicas. Estas métricas permiten cuantificar, de forma objetiva, las diferencias entre la respuesta teórica (obtenida mediante simulación en Simulink a partir de una

función de transferencia continua) y la señal real (adquirida desde el circuito físico mediante el sistema de lectura con Arduino). Las tres métricas empleadas fueron el Error Absoluto Medio (MAE), el Error Cuadrático Medio (MSE), la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE) y el error porcentual absoluto medio (MAPE).

El MAE se calcula como el promedio de las diferencias absolutas entre ambas señales, y representa el error promedio sin importar el signo de la desviación. El MSE, por su parte, corresponde al promedio del cuadrado de dichas diferencias, penalizando de forma más severa los errores grandes. Finalmente, el RMSE se obtiene como la raíz cuadrada del MSE, y representa una desviación típica expresada en voltios, lo que facilita su interpretación y comparación.

El MAPE es el error porcentual absoluto medio. Mide el promedio del error porcentual absoluto entre los valores reales y los valores predichos o simulados. Su ventaja es que normaliza el error, expresándose como porcentaje, lo que facilita su interpretación sin depender de las unidades de la variable.

Las fórmulas empleadas fueron las siguientes:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n | y_{real}(ti) - y_{modelo}(ti) |$$

Ecuación 50. Ecuación Error absoluto medio.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{real}(ti) - y_{modelo}(ti))^2$$

Ecuación 51. Ecuación Error cuadrático medio

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{real}(t_i) - y_{modelo}(t_i))^2}$$

Ecuación 52. Raíz del error medio cuadrático

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_{real}(t_i) - y_{modelo}(t_i)}{y_{real}(t_i)} \right|$$

Ecuación 53. Error porcentual absoluto medio

Donde

- n : número total de puntos comparados
- t_i : instante de tiempo i
- $y_{real}(t_i)$ voltaje medido desde el circuito real en el instante t_i :
- $y_{modelo}(t_i)$: voltaje calculado por el modelo teórico en el mismo instante t_i :
- $|\cdot|$: valor absoluto, usado para que los errores negativos no se cancelen con los positivos.

Aplicando los cálculos, se obtienen los siguientes valores en métricas de error.

Tabla 5.

Errores entre señal medida y modelo simulado del sistema RLC

Tiempo (s)	Voltaje Real (V)	Voltaje Modelo (V)	Error Absoluto	Error Cuadrático	Error Porcentual (%)
0,05	1,4775	1,48558	0,00808	6,52864E-05	0,546869712
0,11857	1,47577	1,48558	0,00981	9,62361E-05	0,66473773
0,18286	1,47692	1,48558	0,00866	7,49956E-05	0,586355388
0,25	1,47808	1,48558	0,0075	5,625E-05	0,507415025
0,31286	1,47635	1,48558	0,00923	8,51929E-05	0,625190504
0,38	1,47462	1,48558	0,01096	0,000120122	0,743242327
0,44286	1,47346	1,48558	0,01212	0,000146894	0,822553717

Nota. Diseño propio.

La tabla 5 muestra la comparación punto a punto entre la señal real medida desde el circuito RLC y la señal simulada generada a partir del modelo matemático, en un rango de tiempo comprendido entre 0.05 y 0.44 segundos. En cada fila se observa el voltaje medido experimentalmente y el voltaje obtenido del modelo para un instante específico

Tabla 6.

Métricas de error entre el modelo simulado y los datos experimentales

Error	Valor
MAE	0,00948
MSE	9,21396E-05
RMSE	0,009598936
MAPE	0,642337772

Nota. Diseño propio.

A partir de esta comparación, se calcularon métricas de error como Error Absoluto Medio (MAE), Error Cuadrático Medio (MSE), Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE) y Error Porcentual Absoluto Medio (MAPE), estas métricas permiten evaluar el ajuste del modelo frente a la señal real. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- Error Absoluto Medio (MAE): 0.00948 V
- Error Cuadrático Medio (MSE): 0.0000921 V²
- Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE): 0.00960 V
- Error Porcentual Absoluto Medio (MAPE): 0.644 %

El valor del MAPE indica que, en promedio, la diferencia entre el modelo y la señal real representa apenas un 0.644 % del valor real medido, lo que evidencia una alta fidelidad del modelo frente al sistema físico. Además, la similitud entre el MAE y el RMSE sugiere que no

existen errores atípicos ni desviaciones extremas, reforzando la consistencia del ajuste. Las pequeñas diferencias observadas en la señal real pueden explicarse por la presencia de ruido de medición, los efectos de cuantización del ADC del Arduino, y las tolerancias inherentes a los componentes físicos (como resistencias e inductancias reales).

La comparación muestra que la forma de la respuesta medida es coherente con la del modelo, ambos presentan un comportamiento típico de un sistema de segundo orden con una respuesta al escalón bien definida, rápida y estable. El sistema alcanza el valor en estado estacionario, responde de forma suavemente amortiguada, y los valores observados son físicamente consistentes con las condiciones impuestas (tensión de entrada, configuración del circuito, y características del modelo).

Las diferencias observadas en el tiempo al pico, sobre impulso y ganancia final son normales en un entorno experimental, y se explican por tolerancias de los componentes, limitaciones de medición, y la idealización que se hace en el modelo matemático. A pesar de ello, la dinámica principal del sistema está correctamente representada.

Los análisis realizados permitieron identificar el comportamiento dinámico del circuito RLC tanto desde la simulación como desde la implementación física del sistema. La integración de hardware y software, junto con la comparación de señales, permitió evidenciar la respuesta del sistema bajo diferentes configuraciones, brindando una visión completa de su desempeño. (Universidad de Michigan, s.f.)

7. Conclusiones

El diseño del módulo interactivo permitió integrar de manera efectiva herramientas de simulación (Simulink) con un sistema de adquisición de datos en tiempo real basado en Arduino, logrando representar con fidelidad el comportamiento dinámico de un circuito RLC ante una entrada escalón. Esta integración no solo facilitó la modelación matemática del sistema mediante funciones de transferencia continuas y discretas, sino que también permitió el monitoreo en vivo del voltaje del capacitor, haciendo uso del bloque Arduino Analog Read y del paquete IO de MathWorks.

La posibilidad de comparar gráficamente y en tiempo real la señal teórica con la respuesta física aportó un alto valor didáctico, ya que permitió observar la influencia directa de parámetros como la resistencia, la inductancia y la capacitancia sobre variables dinámicas como el sobre impulso, el tiempo pico y la estabilidad. De este modo, se logró un entorno que conecta de manera práctica los fundamentos teóricos con la experimentación real, cumpliendo ampliamente con el primer objetivo del proyecto.

La construcción del módulo físico, cumplió satisfactoriamente con criterios de funcionalidad, seguridad, organización y facilidad de uso. El diseño incluyó una adecuada selección de materiales y una distribución ergonómica de los componentes sobre una base plástica, lo que permitió realizar conexiones seguras, ajustar parámetros del circuito en tiempo real y visualizar los resultados sin necesidad de equipos externos adicionales, gracias a la integración de una pantalla HDMI. Además, la inclusión de protección con fusibles y fuentes de alimentación estables garantiza la confiabilidad del sistema durante su operación.

La verificación del modelo matemático del sistema RLC, desarrollada mediante simulaciones en Simulink, arrojó resultados consistentes al ser contrastados con datos obtenidos experimentalmente. La señal simulada fue comparada con la señal real adquirida desde el circuito

físico utilizando Arduino, mediante un análisis de métricas cuantitativas de error como el MAE, MSE, RMSE y MAPE. Los valores obtenidos ($MAE = 0.00948$ V, $MSE = 0.0000921$ V², $RMSE = 0.00960$ V y $MAPE = 0.642\%$) evidencian que las desviaciones entre ambas señales fueron mínimas y aceptables para una validación experimental. Estas diferencias se explican principalmente por fenómenos reales como la tolerancia de los componentes, el ruido en la adquisición, y la resolución limitada del ADC de 10 bits del Arduino.

El prototipo desarrollado demostró ser una herramienta integral de alto valor pedagógico, al permitir la experimentación activa, la visualización inmediata de resultados y la validación de modelos teóricos en condiciones reales. Su aplicabilidad va más allá del simple análisis de un circuito RLC, ya que introduce a los estudiantes en conceptos como el modelado de sistemas físicos, el procesamiento de señales, el control de variables en tiempo real y el análisis de respuesta temporal. Además, la estructura modular y su conexión directa con MATLAB/Simulink permiten adaptar el sistema a diferentes niveles de complejidad y áreas de formación técnica o universitaria.

8. Recomendaciones

Se sugiere ampliar el prototipo para incluir configuraciones adicionales, con el objetivo de incrementar su versatilidad y aplicabilidad en diversos entornos académicos y de investigación. Esta mejora permitiría que el dispositivo no se limite a una única configuración del circuito RLC, sino que pueda adaptarse a distintas topologías —como configuraciones en serie, paralelo o mixtas— e incluso integrar nuevos componentes (como fuentes de señal, interruptores o dispositivos programables). De este modo, se convertiría en una plataforma didáctica más robusta, capaz de soportar una mayor variedad de experimentos y análisis, enriqueciendo así la experiencia de aprendizaje y facilitando la validación práctica de conceptos teóricos avanzados. Incorporar un sistema de almacenamiento de datos local o externo, como una tarjeta SD, que permita guardar las mediciones realizadas durante cada prueba y consultar los resultados posteriormente para análisis o trazabilidad académica. Considerar la implementación de un sistema de almacenamiento de datos en memoria (por ejemplo, mediante una tarjeta SD) para registrar automáticamente los resultados de las pruebas realizadas, permitiendo su posterior análisis o comparación.

Incorporar materiales de apoyo como una guía impresa con ejercicios, instrucciones paso a paso y preguntas orientadoras que potencien el uso autónomo del maletín por parte de estudiantes en contextos prácticos o virtuales.

Evaluar el impacto educativo del maletín en un grupo piloto de estudiantes, recopilando retroalimentación cualitativa y cuantitativa que permita mejorar su diseño y justificar su implementación institucional.

9. Referencias bibliográficas

- Universidad de Michigan. (s.f.). *System Modeling*. Obtenido de Control Tutorials for MATLAB and Simulink:
<https://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=Introduction§ion=SystemModeling#15>
- Adel S. Sedra, & K. (2019). *Microelectronic Circuits (7th ed.)*. New York: Oxford University Press.
- Agüero, M. B. (2017). *Sistema de adquisición de datos*. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires.
- Arthur E. Fitzgerald, C. K. (2003). *Electric Machinery*. New York: McGraw-Hill.
- Callister, W. D. (2007). *Materials Science and Engineering: An Introduction (7th ed.)*. Hoboken, NJ: Wiley-IEEE Press.
- Charles K. Alexander, & M. (2009). *Fundamentals of Electric Circuits (4th ed.)*. New York: McGraw-Hill.
- Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona, U. P. (2012). *MATLAB: Fundamentos y/o aplicaciones*. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya.
- Fritzson, P. (2011). *Introduction to Modeling and Simulation of Technical and Physical Systems with Modelica*. Hoboken, NJ: Wiley-IEEE Press.
- García-Peñalvo, F. J. (2019). *Inteligencia Artificial: Una perspectiva desde la ficción a la realidad*. Obtenido de Universidad de Salamanca: <https://zenodo.org/records/2818903>
- Guillén, E. L. (2017). *Identificación de Sistemas, Aplicación al modelado de un motor de continua*.
- Hambley, A. R. (2018). *Electrical Engineering: Principles and Applications (7th ed.)*. Boston: Pearson Education.
- Marulanda, L. A. (2017). *Voltaje, corriente y resolución de circuitos a través de las leyes de Maxwell*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- MathWorks . (2024). *MATLAB: The language of technical computing*. Obtenido de MathWorks: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>

MathWorks . (2024). *Simulink Support Package for Arduino Hardware*. Obtenido de MathWorks File Exchange: <https://la.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/40312-simulink-support-package-for-arduino-hardware>

MathWorks . (s.f.). *Introducción a la programación en Arduino*. Obtenido de MathWorks: <https://la.mathworks.com/discovery/arduino-programming-matlab-simulink.html>

Ogata, K. (1998). *Ingeniería de control moderna (3ra ed.)*. México: Prentice Hall.

Richard C.Dorf, & J. (2016). *Introduction to Electric Circuits (9th ed.)*. Hoboken, NJ:: Wiley-IEEE Press.

Serrano-Pérez, E. (2018). Integración de hardware libre como herramienta educativa para investigar la respuesta en el tiempo del circuito RLC en serie. *Revista Cubana de Física*,, págs. 35(1), 65–69.